

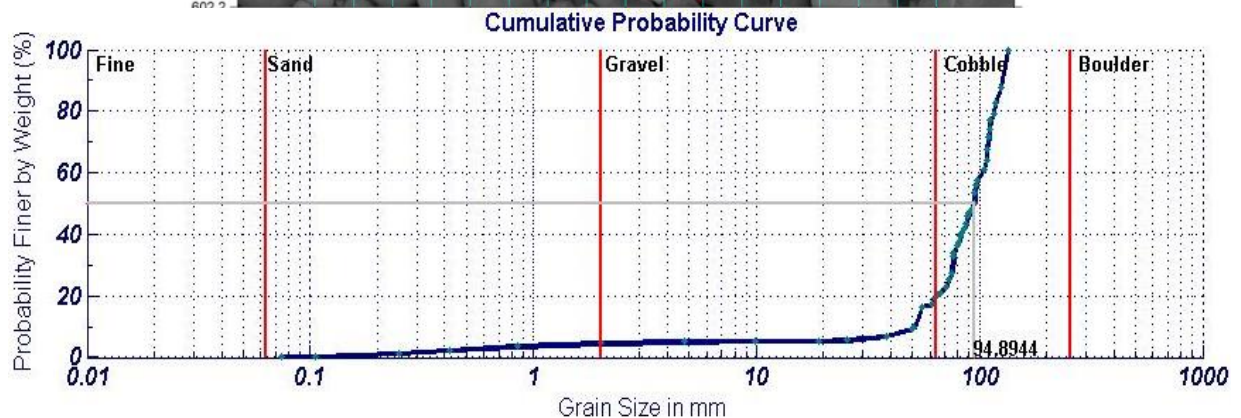
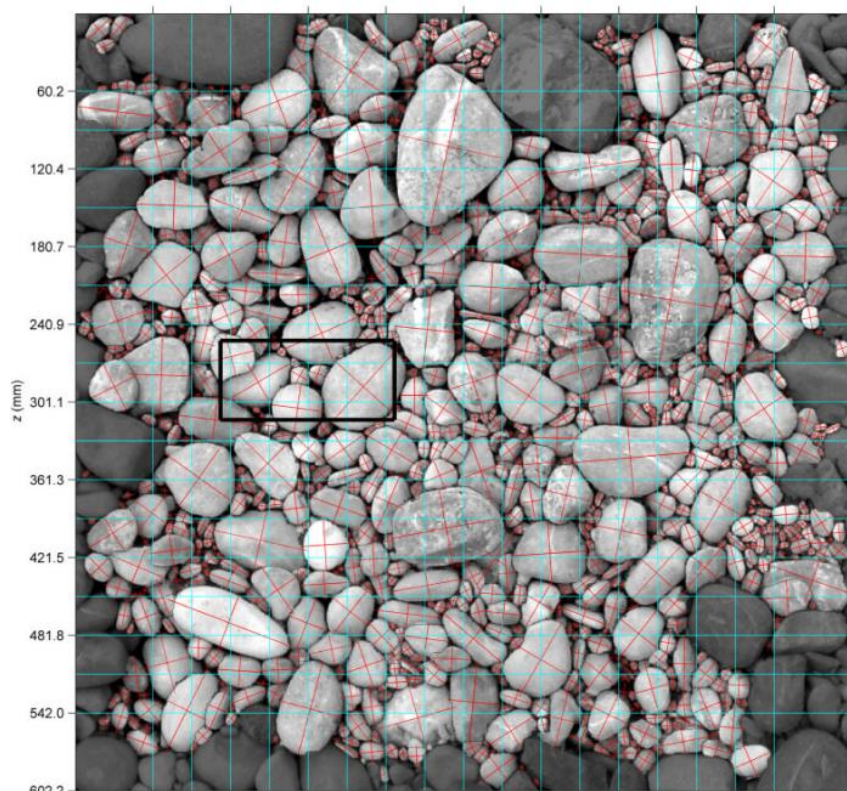


PERÚ

Ministerio  
del Ambiente

Servicio Nacional de  
Meteorología e Hidrología  
del Perú - SENAMHI

# MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE LA HIDRODINÁMICA Y EL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS DE FONDO DE UN TRAMO DE RÍO RÍMAC



DICIEMBRE - 2014



## **DIRECTORIO**

Presidenta Ejecutiva del SENAMHI

Ing. Amelia Díaz Pabló

Director Científico

Ing. Esequiel Villegas Paredes

Director General de Hidrología y Recursos Hídricos

Ing. Oscar G. Felipe Obando

## **RESPONSABLE DE LA ELABORACIÓN**

Henry Joel Asencios Astorayme

## **REVISIÓN Y EDICIÓN**

Ing. Oscar G. Felipe Obando

Bach. Miriam R. Casaverde Riveros

LIMA – PERÚ  
DICIEMBRE - 2014

## INDICE

1	Introducción.....	1
2	Objetivo .....	1
3	Materiales y métodos .....	1
3.1	Área de estudio .....	1
3.2	Datos.....	1
3.2.1	Información utilizada.....	1
3.2.2	Evaluación morfológica del río Rímac en el tramo de estudio .....	2
3.2.3	Caracterización del sedimento.....	4
3.2.4	Caracterización fluvial del tramo de río en estudio .....	7
3.3	Metodología .....	8
3.3.1	Estimación del comportamiento hidráulico .....	8
3.3.2	Estimación de la resistencia al flujo .....	11
3.3.3	Estimación del transporte potencial de sedimentos de fondo.....	11
3.4	Procedimiento .....	17
4	RESULTADOS.....	18
4.1	Clasificación de la granulometría .....	18
4.2	Resistencia al flujo .....	18
4.3	Estimación del comportamiento hidráulico .....	19
4.3.1	Estimación del campo de velocidades en la zona de entrada al canal	20
4.3.2	Estimación del campo de velocidades en la zona de salida del canal	24
4.3.3	Estimación del campo de velocidades en la zona del puente Trujillo	26
4.4	Capacidad de transporte de sedimentos.....	30
5	CONCLUSIONES .....	32
6	Bibliografía .....	33
7	ANEXOS .....	35
7.1	Anexo: Granulometría .....	35
7.2	Anexo: Resistencia al flujo .....	36
7.3	Anexo: Variables hidráulicas .....	37
7.4	Anexo: Capacidad de transporte de sedimentos.....	68

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ubicación de la zona de estudio. ....	2
Figura 2: Histograma de frecuencias para la muestra de sedimentos completa. 5	
Figura 3: Curva granulométrica para la muestra de sedimentos completa.....	6
Figura 4: Resultados característicos en la muestra de sedimentos completa. ...	6
Figura 5: Coeficientes de resistencia al flujo "n" de Manning por caudal evaluado.....	19
Figura 6: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.....	21
Figura 7: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.....	22
Figura 8: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.....	22
Figura 9: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados. ....	22
Figura 10: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados. ....	23
Figura 11: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal. ....	24
Figura 12: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal. ....	25
Figura 13: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal. ....	25
Figura 14: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal. ....	26

Figura 15: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal.....	26
Figura 16: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo.....	27
Figura 17: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo.....	28
Figura 18: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo.....	28
Figura 19: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	29
Figura 20: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	29
Figura 21: Gráfico de caudal líquido versus caudal sólido total de fondo en peso estimado.....	31
Figura 22: Resultado de la profundida de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados..	37
Figura 23: Resultado de la profundida de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados..	38
Figura 24: Resultado de la profundida de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados..	39
Figura 25: Resultado de la profundida de flujo (m) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.	40
Figura 26: Resultado de la profundida de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.	41
Figura 27: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados..	42

Figura 28: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.. 43

Figura 29: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.. 44

Figura 30: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.45

Figura 31: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.46

Figura 32: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 47

Figura 33: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 48

Figura 34: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 50

Figura 35: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal. .... 51

Figura 36: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal. .... 52

Figura 37: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 53

Figura 38: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 54

Figura 39: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal..... 55

Figura 40: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal. .... 56

Figura 41: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona de salida del canal. ....	57
Figura 42: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	58
Figura 43: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	59
Figura 44: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	60
Figura 45: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	61
Figura 46: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	62
Figura 47: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 30 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	63
Figura 48: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 50 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	64
Figura 49: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 80 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	65
Figura 50: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 100 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	66
Figura 51: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m <sup>3</sup> /s) en la zona del puente Trujillo. ....	67

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1: División del caudal a través del dique de derivación.....	23
Tabla 2: Resultados de la capacidad de transporte de carga de fondo en peso del tramo de estudio.....	31
Tabla 3: Resultados del transporte de sedimentos de fondo obtenidos a través del método de Meyer-Peter y Müller (1948).....	32
Tabla 4: Clases de la muestra de sedimentos completa. ....	35
Tabla 5: Coeficiente de resistencia al flujo estimado mediante la relación de Rickenmann y Recking (2011). ....	36
Tabla 6: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Meyer-Peter y Müller (1948). ....	68
Tabla 7: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Einstein (1950). ....	69
Tabla 8: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Rickenmann (1991). ....	70



## 1 Introducción

En el marco del convenio de servicios entre las instituciones SEDAPAL y SENAMHI para la realización del “Estudio de Vulnerabilidad climática de los Recursos Hídricos en las Cuencas de los Ríos Chillón, Rímac, Lurín y parte alta de Mantaro” se ha elaborado el presente informe en donde se documenta los resultados encontrados en la modelización matemática de la hidrodinámica y el transporte de sedimentos de fondo de un tramo del río Rímac vulnerable al peligro de inundación de la ciudad de Lima metropolitana.

## 2 Objetivo

Analizar el comportamiento hidrodinámico y de transporte de sedimentos de fondo de un tramo del río Rímac comprendido entre los distritos de Zárate y Chosica a través de la modelización matemática.

## 3 Materiales y métodos

### 3.1 Área de estudio

El área de estudio se encuentra entre los 12.04° - 12.05° latitud sur y 77.03° - 77.01° longitud oeste, específicamente en la zona del cauce del río Rímac comprendida entre los puentes Ejército - Huáscar, tal como se puede observar en la Figura 1.

### 3.2 Datos

#### 3.2.1 Información utilizada

- ✚ Información topográfica recopilada del área de Ingeniería de la Construtora OAS.
- ✚ Información hidrológica correspondiente a caudales comprendidos en entre 10 m<sup>3</sup>/s y 250 m<sup>3</sup>/s (Según interés).
- ✚ Información granulométrica del tramo de análisis recopilada del primer entregable de la presente consultoría.



**Figura 1: Ubicación de la zona de estudio.**

### 3.2.2 Evaluación morfológica del río Rímac en el tramo de estudio

La cuenca del río Rímac tiene una extensión de 3,312 Km.<sup>2</sup>, de la cual 2,237 Km.<sup>2</sup> corresponde a la cuenca imbrífera o húmeda, es decir el 61.2 % del área total de la cuenca aporta los recursos hídricos superficiales de la cuenca. La cuenca húmeda tiene aportes mayores a 200 mm. anuales, ocurriendo las mayores precipitaciones durante los meses de Diciembre a Marzo, que representan el 70.0 % de la precipitación anual. La longitud total del cauce principal del río es de 145 Km. y una pendiente promedio de 3.6 %. En el tramo evaluado del río Rímac la pendiente promedio es de 1.2 % y corresponde a un río de pie de monte o montaña.

En la conceptualización de la cuenca del río Rímac como un sistema productor de sedimentos, el tramo evaluado del río Rímac se encuentra en la zona de transferencia (tramo de transporte con sedimentos gruesos). La morfología y la cantidad de sedimentos que se transporta en la zona de transferencia de sedimentos es resultado del proceso – respuesta de la interacción del proceso geomorfológico, del ciclo hidrológico y de las acciones antrópicas sobre la cuenca. De hecho, la morfología del tramo evaluado del río Rímac es resultado de la producción de sedimentos de su cuenca colectora; el transporte, erosión y

sedimentación de los sólidos en los cauces y áreas inundables de la red de drenaje de la cuenca del río Rímac. Asimismo, depende de las características hidrológicas, geológicas, geomorfológicas de la cuenca y su red de drenaje, de las características del cauce y las propiedades de los sedimentos y los materiales del lecho. En los años hidrológicos normales (sin presencia de los fenómenos El Niño y La Niña), el tránsito de las avenidas por el tramo evaluado se produce dentro del cauce actual. Sin embargo, en los años hidrológicos húmedos ocurren avenidas con alta carga de sólidos, y con esporádicos desbordes en sus márgenes. En el escenario de un año hidrológico extremo (presencia del fenómeno El Niño grande y Mega-Niño), se producirían lluvias de altas intensidades en zonas con altitudes por debajo de la cuenca húmeda del río Rímac, activando el transporte de sólidos en las quebradas y torrenteras tributarias, generando avenidas de flujos hiperconcentrados y huaycos que descargan en el cauce del río Rímac (aguas arriba del tramo evaluado). Este aporte de flujos hiperconcentrados combinado con la pendiente pronunciada del río en el tramo evaluado (promedio de 1.2 %), produciría sobre el cauce (del tramo evaluado) una intensa erosión, abrasión e impacto sobre el lecho y márgenes del río. En efecto, los pobladores del lugar informaron que durante la ocurrencia de avenidas grandes con la presencia del fenómeno El Niño, se producen ruidos intensos como el golpeteo de martillo (colisión de piedras).

### **3.2.2.1 Morfología fluvial del río Rímac en el tramo de estudio**

En general, desde el punto de vista geomorfológico, el río Rímac se clasifica como río joven, porque se desarrolla en cauces de montaña con pendientes altas y cauces de drenaje confinados por laderas y/o depósitos aluviales-fluviales en forma de terrazas. Este río como la mayor parte de los ríos de la Vertiente del Pacífico es irregular y se encuentran en proceso de degradación.

El tramo evaluado del río Rímac tiene una longitud aproximada de 2.5 Km. (750 m. hacia aguas arriba del ingreso al canal y 0.3 Km. hacia aguas abajo de la salida del canal) y una pendiente longitudinal promedio de 1.2 %. El tramo evaluado del río Rímac se encuentra debajo de la zona de montaña o productora de sedimentos, por lo que se reduce la influencia directa de los

controles geológicos como la litología, tectónica, estructura, procesos geomorfológicos y aporte de sedimentos, entre otros. Sin embargo, existe el control que genera la pendiente del cauce, el aporte de material grueso proveniente de las vertientes y quebrada tributarias del río Rímac (principalmente de las quebradas localizadas en Chosica, Chaclacayo y Huaycoloro), y la abrasión que sufren las partículas in situ o durante el transporte del mismo.

La inspección de campo del tramo evaluado del río Rímac evidencia que el lecho del río está constituido de sedimentos de granulometría variada y extendida (arena, grava, cantos rodados, etc.). Esto ocasiona interacciones complejas entre partículas de diferentes tamaños durante los procesos de erosión, transporte y sedimentación, conformando lechos espacialmente heterogéneos. En buena parte del cauce se observa la disponibilidad del material grueso para el acorazamiento de la capa superficial del lecho, constituido por los sedimentos más gruesos y menos graduado que el material subyacente.

La granulometría del lecho nos indica que los materiales del lecho del río es medianamente socavable, y el coeficiente de rugosidad de Manning estaría comprendido entre 0.025 y 0.070.

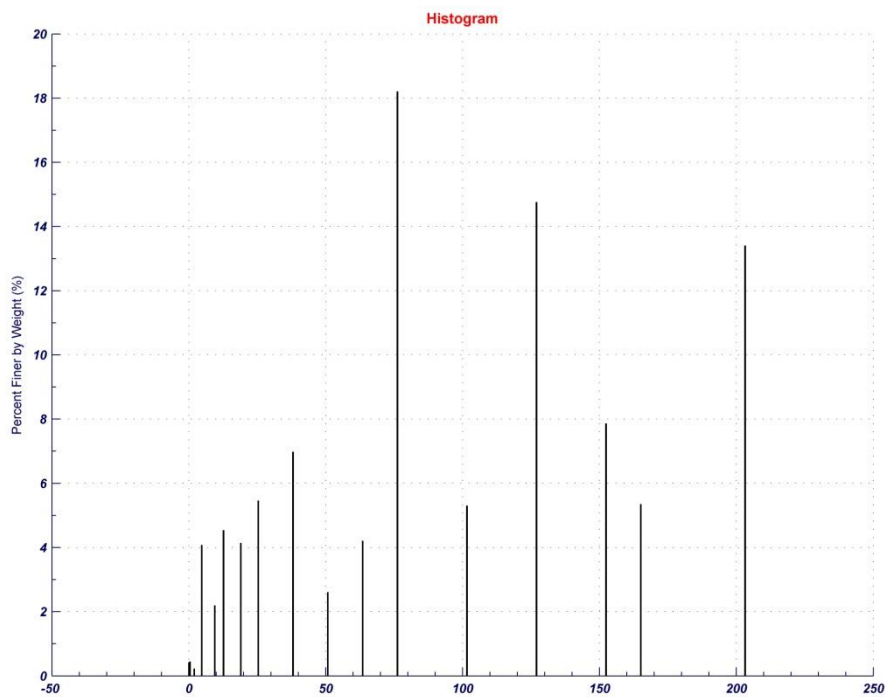
### **3.2.3 Caracterización del sedimento**

#### **3.2.3.1 Distribución granulométrica**

El lecho del tramo evaluado del río Rímac se caracteriza por el predominio de materiales gruesos con granulometría extendida que varían desde arenas, gravas, piedras y cantos rodados. El análisis visual-manual del perfil del material del lecho indica la presencia de un suelo gravoso con cantos rodados en una matriz de suelo arenoso (SW con arena).

En la Figura 2 se muestra el histograma de frecuencias relativas por clase granulométricas, asimismo, en la Figura 3 se muestra la distribución de frecuencias acumuladas de la muestra de sedimentos proporcionados.

En dichas figuras se puede observar que la muestra de sedimentos no corresponde a una distribución tipo Gaussiana o Normal y, en consecuencia, se muestra sesgada hacia la izquierda con múltiples picos y con un predominio de gruesos sobre los finos. Además se puede deducir que la granulometría es extendida y, por tanto, no puede ser representada por solamente los diámetros característicos ( $D_m$ ,  $D_{50}$ , etc.).



**Figura 2: Histograma de frecuencias para la muestra de sedimentos completa.**

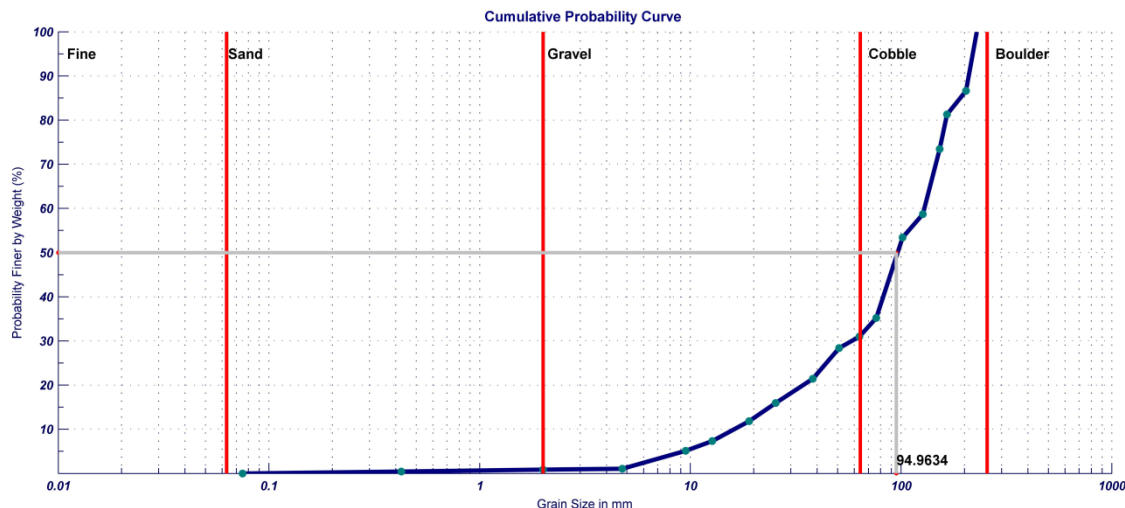


Figura 3: Curva granulométrica para la muestra de sedimentos completa.

### 3.2.3.2 Diámetros característicos

Tal como se muestra en la Figura 4, a continuación se presenta un resumen de los resultados característicos de la muestra proporcionada.

The main results of sieve analysis were:

- D 5 (mm) = 9.3466
- D 10 (mm) = 16.4177
- D 16 (mm) = 25.4701
- D 30 (mm) = 58.6473
- D 35 (mm) = 75.8142
- D 50 (mm) = 94.9634
- D 60 (mm) = 130.41
- D 65 (mm) = 140.086
- D 75 (mm) = 154.7162
- D 84 (mm) = 184.369
- D 90 (mm) = 213.4444
- D 95 (mm) = 224.4452
- Geometric Mean Grain Size (mm) = 76.3997
- Arithmetic Mean Grain Size (mm) = 95.7562
- Geometric Standard Deviation = 2.6551
- Skewness = 1.3142
- Kurtosis = 0.48825
- Coefficient of uniformity (Cc) = 1.6065
- Coefficient of curvature (Cu) = 7.9433
- Standard Deviation Classification = Very well sorted
- Skewness Classification = Very coarse skewed
- Kurtosis Classification = Mesokurtic
- ASTM Classification = Coarse gravel
- % of Gravel = 34.1266
- % of Sand = 1.0557
- % of Fine = 0
- Wentworth classification = Cobble small
- USCS classification = SW

Figura 4: Resultados característicos en la muestra de sedimentos completa.

Además, cabe resaltar que la fracción de arenas o proporción de sedimentos menor a 2 mm. es de 1% y el restante, 99%, corresponden a los gruesos.

### 3.2.4 Caracterización fluvial del tramo de río en estudio

En este trabajo se van a presentar solo dos clasificaciones: la propuesta por Bathurst (1993, 1997) y la de Montgomery y Buffington (1993).

Según Bathurst (1993, 1997), el tramo de río en estudio se puede caracterizar como un cauce formado predominantemente por gravas y cantos rodados, en donde el diámetro medio ( $D_{50}$ ) varía entre 10 y 100 mm., la pendiente del cauce entre 0.05 y 1%. La sumersión relativa se halla generalmente comprendida entre 5 y 100 y el coeficiente de Manning varía entre 0.02 y 0.07. El transporte de fondo ocurre irregularmente, únicamente para caudales elevados, y las formas de fondo de pequeña escala, como las desarrolladas en los ríos de arena, no están presentes generalmente. En su lugar, la forma de fondo de pequeña escala que característicamente se desarrollan en ríos de grava es la agrupación de partículas (pebble clusters). La forma dominante a gran escala corresponde a la secuencia de rápidos y pozas (riffles and pools).

Según Montgomery y Buffington (1993), el tramo de río en estudio se puede caracterizar como un cauce de Lecho plano en donde se tienen tramos en los que el tamaño del sedimento varía entre grava y canto rodado y la pendiente lo hace entre 0.005 y 0.02. Se caracterizan por la ausencia de formas de fondo bien definidas, por lo que el lecho muestra una apariencia relativamente plana, ocasionalmente distorsionada por elementos gruesos aislados. Las fuentes dominantes de aporte de carga sólida, además de la fluvial originada aguas arriba, son las márgenes inestables y las lavas torrenciales, mientras que las estructuras sedimentarias predominantes se producen por desbordamiento lateral.

De lo expuesto anteriormente se resume que el tramo de río en estudio se caracteriza geomorfológicamente como sigue.

- ✚ Pendiente longitudinal promedio ( $S_0$ ) alrededor de 1.2%,
- ✚ Canal prismático de sección promedio rectangular y de ancho variable,

- ✚ Calibre del sedimentos, representados por el diámetro medio ( $D_{50}$ ), mayor a 2 mm.,
- ✚ Granulometría extendida (No se puede representar la muestra con diámetro medio porque la distribución de granos no es uniforme),
- ✚ Según Castillo (2009), es probable que se produzca fenómeno de acorazamiento del lecho (erosión selectiva de finos, sedimentación selectiva de gruesos y transporte generalizado afectando a un cierto espesor de lecho) si la relación  $D_{84}/D_{16}>3$ ,
- ✚ Es probable que en general el transporte de fondo sea mucho mayor al de suspensión,
- ✚ Alineación casi recta y sin vegetación apreciable,
- ✚ Con presencia de formas de fondo.

Asimismo hidráulicamente como sigue.

- ✚ Probablemente la carga sólida del flujo sea de baja concentración, es decir, que la relación entre caudal sólido y líquido sea menor que 5%,
- ✚ El tramo en estudio se considera para cada caudal evaluado como en promedio estable,
- ✚ Baja sumersión relativa del flujo ( $y/D_{84}<50$ ),
- ✚ Régimen turbulento e hidráulicamente rugoso:  $Re>2000$  y  $Re^*>70$ ,
- ✚ Régimen del flujo ( $Fr$ ) alrededor o ligeramente inferior a 1.

### 3.3 Metodología

#### 3.3.1 Estimación del comportamiento hidráulico

Para evaluar el comportamiento hidráulico de la zona de estudio se implementó el modelo numérico bidimensional CCHE2D, el cual es un modelo hidrodinámico para flujo turbulento e inestable de canales abiertos y el transporte de sedimentos desarrollado en la National Center for Computational Hydroscience and Engineering (NCCHE) de la escuela de ingenieros de The University of Mississippi, USA (Jia & Wang 2001).

El modelo numérico bidimensional aplicado en el presente estudio describe el fenómeno físico como bifásico a través de enfoques para la hidrodinámica de la



fase líquida, así como para la fase sólida a fin de poder manejar el transporte transitorio de sedimentos multi-fraccional. El modelo asume que la concentración de sedimentos es baja y que los cambios de fondo del canal ocurren lentamente, así que los efectos del transporte de sedimentos y los cambios del fondo sobre el flujo son despreciables y el flujo y el transporte de sedimentos pueden ser calculados de forma independiente.

Debido a que el flujo en canales abiertos es considerado un problema de agua superficial, el efecto del movimiento vertical es usualmente despreciado. Las ecuaciones bidimensionales integradas en la profundidad son generalmente aceptadas para el estudio de la hidráulica de canales abiertos con razonable precisión y eficiencia. La ecuación de momentum para el flujo turbulento bidimensional integrado en la profundidad en un sistema de coordenadas cartesianas es:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{h} \left( \frac{\partial h \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{xy}}{\partial y} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} + f_{Cor} v \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{h} \left( \frac{\partial h \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial h \tau_{yy}}{\partial y} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho h} + f_{Cor} u \quad (2)$$

Donde  $u$  y  $v$  son los componentes de velocidad integrados en la profundidad en la dirección  $x$  y  $y$ , respectivamente;  $t$  es el tiempo;  $g$  es la aceleración de la gravedad;  $\eta$  es la elevación superficial del agua;  $\rho$  es la densidad del agua;  $h$  es la profundidad local del agua;  $f_{Cor}$  es el parámetro de Coriolis;  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$  y  $\tau_{yy}$  son las tensiones de Reynolds;  $\tau_{bx}$  y  $\tau_{by}$  son las tensiones de corte sobre el fondo y la interface de flujo. El término de tensión de corte en la superficie de agua es despreciado debido a que los efectos del viento no son considerados en esta versión del modelo.

La elevación de la superficie libre para el flujo es calculada por la ecuación de continuidad integrada en la profundidad:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Asumiendo que la elevación de la cama,  $\zeta$ , no cambiaría en el proceso de simulación:  $\partial\zeta/\partial t = 0$ , la ecuación de continuidad es entonces simplificada a:

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Donde  $\eta$  es la elevación superficial del agua,  $h$  es la profundidad del agua. Debido a que el cambio morfológico del fondo del canal es un proceso mucho más lento que la hidrodinámica, esta ecuación es ampliamente aceptada y utilizada para calcular la elevación de la superficie libre en modelos bidimensionales. Se puede observar en caso que cuando ocurra un cambio rápido de la elevación de fondo debido a la erosión y deposición, la ecuación anterior no sería aplicable.

La tensión turbulenta de Reynolds es aproximada de acuerdo a la suposición de Bousinesq que relaciona la tasa de cambio del campo de velocidad de flujo con un coeficiente de viscosidad turbulenta.

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} = \nu_t (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5)$$

$$\tau_{xx} = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

$$\tau_{xy} = \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7)$$

$$\tau_{yy} = 2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \quad (8)$$

$$\tau_{yx} = \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (9)$$

Como es conocido, la viscosidad turbulenta es una función del flujo y puede ser relacionada a con las propiedades del flujo de diferente manera a través de distintos modelos de viscosidad turbulenta. CCHE2D tiene dos modelos de viscosidad turbulenta disponibles: El modelo parabólico de viscosidad turbulenta integrado en la profundidad y el modelo bidimensional  $k$ - $\epsilon$  integrado en la profundidad.

Para estimar la tensión de corte sobre el fondo, CCHE2D tiene dos alternativas. Puede hacerse uso de una ley logarítmica del perfil de velocidades integrado en la profundidad o utilizando el coeficiente de Manning.

### 3.3.2 Estimación de la resistencia al flujo

Rickenmann y Recking (2011) propusieron un procedimiento para estimar las pérdidas de energía como una función de la profundidad del flujo y el tamaño característico del sedimento  $d_{84}$ :

$$V_{tot} = (ghS_0)^{0.5} \frac{6.5 \times 2.5 \left(\frac{h}{d_{84}}\right)}{\sqrt{6.5^2 + 2.5^2 \left(\frac{h}{d_{84}}\right)^{\frac{5}{3}}}} \quad (10)$$

$$V_0 = 6.5(ghS_0)^{0.5} \left(\frac{h}{d_{84}}\right)^{\frac{1}{6}} \quad (11)$$

$$S_r = S_0 \left(\frac{V_{tot}}{V_0}\right)^a \quad (12)$$

$$n_{tot} = \left(\frac{S_0 R^{\frac{4}{3}}}{V_{tot}^2}\right)^{0.5} \quad (13)$$

$$n_r = \left(\frac{S_r R^{\frac{4}{3}}}{V_{tot}^2}\right)^{0.5} \quad (14)$$

Meyer-Peter y Müller (1948) argumentó que el exponente "a" puede ser diferente de 2, y de sus experimentos determinó empíricamente el valor de 1.5, el cual se utilizó en el presente trabajo.

### 3.3.3 Estimación del transporte potencial de sedimentos de fondo

La cuantificación del transporte de sedimentos de fondo del río Rímac en la zona de estudio se realizó mediante la aplicación de los métodos de Meyer-Peter y Müller, el probabilístico de Einstein y el de Rickenmann, los cuales son métodos reconocidos en la práctica ingenieril y los más utilizados en ríos de pendiente pronunciada con materiales del lecho gruesos.

### 3.3.3.1 Método de Meyer-Peter y Müller

Meyer-Peter y Müller (1948) propuso una relación que es dimensionalmente homogénea con constantes adimensionales, y que tiene la siguiente forma:

$$\left(\frac{K}{K'}\right)^{3/2} \gamma r S = 0.047(\gamma_s - \gamma)d_m + 0.25\rho^{1/3}g_s^{2/3}\left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma_s}\right)^{2/3} \quad (15)$$

Donde:

$K/K'$	Relación entre rugosidad total del fondo y la rugosidad correspondiente a los sedimentos. Varía de 0.5 (forma de fondo plenamente desarrollada) a 1.0 (no existe formas de fondo),
$K = 1/n$	Factor de resistencia que es inverso a la rugosidad de Manning,
$r$	Radio hidráulico, que coincide con el tirante del flujo cuando la resistencia de las márgenes es despreciable,
$\rho$	densidad del fluido.

La ecuación anterior puede escribirse de forma explícita para el cálculo de la carga unitaria en peso de la carga de arrastre de fondo como:

$$g_B = 8\gamma_s (g\Delta D_m^3)^{1/2} \left[ \left(\frac{K}{K'}\right)^{3/2} \frac{\gamma R S}{(\gamma_s - \gamma)D_m} - 0.047 \right]^{3/2} \quad (16)$$

### 3.3.3.2 Método de Einstein

El método probabilístico para estimar la carga unitaria del arrastre de fondo fue propuesto por Einstein (1950), conceptualizando que la probabilidad del movimiento de una partícula de sedimento de fondo está en función del tamaño, forma y peso del sedimento de fondo, y las características del flujo en el cauce. El número de partículas que se depositan por unidad de área y tiempo es:

$$N_1 = \frac{g_s i_s}{(A_L d)(\gamma_s A_2 d^3)} = \frac{g_s i_s}{A_L A_2 \gamma_s d^4} \quad (17)$$

Donde:

$i_s$  Porcentaje de partículas (fracción de  $g_s$ ) correspondiente a un diámetro dado (ó rango de diámetros) del material que ha sido transportado,

$A_L d$  Longitud del salto (100 d),

$A_2 d^3 \gamma_s$  Peso de una partícula.

El número de partículas arrancadas del fondo y arrastradas por el flujo por unidad de área y tiempo es:

$$N_2 = \frac{i'_s P_s}{A_1 d^2} = \frac{i'_s P}{A_1 d^2 t_1} \quad (18)$$

Siendo:

$i'_s$  Porcentaje de partículas correspondiente a un diámetro dado,

$P_s$  Probabilidad por unidad de tiempo de que la partícula sea arrancada del fondo y arrastrada por el flujo,

$A_1 d_2$  Área de una partícula,

$i'_s P_s$  Área total en movimiento por unidad de área y tiempo.

La probabilidad absoluta es  $P = P_s t_1$ , donde  $t_1$  el tiempo necesario para que la partícula se ponga en movimiento (tiempo necesario para reemplazar una partícula de fondo por otra similar) está dado por:

$$t_1 = A_3 \frac{d}{w}; \quad t_1 = A_3 \sqrt{\frac{d\rho}{g(\rho_s - \rho)}} \quad (19)$$

Haciendo  $N_1 = N_2$  para que la condición de flujo de sedimentos sea permanente, resulta:

$$\frac{g_s i_s}{A_L A_2 g \rho d^4} = \frac{i'_s P}{A_3 A_1 d^2} \sqrt{\frac{(\rho_s / \rho - 1)g}{d}} \quad (20)$$

La distancia total promedio recorrida por las partículas es:

$$A_L d = \sum_{n=0}^{\infty} (1-p)p^n (n+1)\lambda d = \frac{\lambda d}{1-p} \quad (21)$$

Sustituyendo la Ec. (21) en Ec. (20), se obtiene:

$$\frac{g_s i_s (1-p)}{A_2 \lambda d^4 g \rho_s} = \frac{i_s p}{A_1 A_3 d^2} \sqrt{\frac{g}{d} \left( \frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right)} \quad (22)$$

Esta ecuación puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{p}{(1-p)} = \left( \frac{A_1 A_3}{A_2 \lambda} \right) \left( \frac{i_s}{i_s'} \right) \left[ \frac{g_s}{g \rho_s} \left( \frac{\rho}{\rho_s - \rho} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{d^{3/2} g^{1/2}} \right) \right] \quad (23)$$

$A_*$        $\phi$       función de intensidad de transporte Einstein

$$\frac{p}{1-p} = A_* \phi_* \quad (24)$$

Donde:  $A_* = (A_1 A_3 / A_2 \lambda)$ ; y  $\phi_* = \phi (i_s / i_s')$  función de transporte de Einstein modificada.

La probabilidad  $p$  representa la posibilidad de que la fuerza de sustentación dinámica sea mayor que el peso sumergido.

$$p = \frac{A_* \phi_*}{1 + A_* \phi_*} \quad (25)$$

Peso sumergido:  $P' = g(\rho_s - \rho)A_2 d^3$

Fuerza de sustentación dinámica:  $L = C_L \rho \frac{v^2}{2} A_1 d^2 (1 + \eta)$  con efecto de turbulencia.

La distribución de velocidades aplicada por Einstein es la relación de Koulegan:

$$\frac{v}{v_*} = 5,75 \log \left( 30,2 \frac{y}{\Delta} \right) \quad (26)$$

Siendo:  $\Delta = k_s/X$ ;  $k_s$  es altura de rugosidad (Einstein toma igual a  $d_{65}$ ), y X es el factor de corrección .

La velocidad v ha sido medida a  $0,35X'$ , donde:

$$X' = 0,77 \Delta \quad \text{si} \quad \Delta/\delta' > 1,80$$

$$X' = 1,39 \delta' \quad \text{si} \quad \Delta/\delta' < 1,80$$

Aplicando a la ecuación de la fuerza de sustentación, se tiene:

$$L = \frac{0,178}{2} A_1 \rho d^2 r' g S 5,75^2 \left[ \log \left( 10,6 \frac{X'}{\Delta} \right) \right]^2 (1 + \eta) \quad (27)$$

Sustituyendo y expresando en términos de probabilidad de que  $P'/L$  sea menor que la unidad:

$$1 > \frac{P'}{L} = \left[ \frac{1}{1 + \eta} \right] \left[ \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \frac{d}{r' S} \right] \left[ \frac{2A_2}{0,178 A_1 5,75^2} \right] \left[ \frac{1}{\log^2 \left( 10,6 \frac{X'}{\Delta} \right)} \right] \quad (28)$$

Que también se puede escribir de la siguiente forma:

$$1 > \frac{1}{1 + \eta} \psi \frac{B}{\beta_x^2} \quad (29)$$

Que en forma generalizada es:

$$|1 + \eta| > \xi Y B' \frac{\beta^2}{\beta_x^2} \psi \quad (30)$$

Los factores de corrección Y y  $\xi$ , son dados gráficamente.

La solución de la Ec. (25), puede obtenerse y graficarse relacionando:

$$\phi_* = f(\psi_*) \quad (31)$$

$$\psi_* = \xi Y(\beta^2 / \beta_x^2) \psi \quad (32)$$

Para los valores obtenidos por Einstein:  $A=27.0$ ,  $B=0.156$  (granos uniformes).  
Para  $\phi^*=\phi$ ,  $\psi^*=\psi$ , y  $1/\eta_0=2.0$ , la solución gráfica de Ec. (31) se presenta gráficamente.

Introduciendo la Ec. (24) en la Ec. (23), se obtiene el caudal unitario de sedimentos de fondo:

$$g'_s i_s = \phi_* i'_s \gamma_s \left( \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{1/2} (g d^3)^{1/2} \quad (33)$$

### 3.3.3.3 Método de Rickenmann

Rickenmann (1991) propuso una relación para el rango de pendientes comprendidos entre 0.1% y 20.0%, incluyendo un total de 252 experimentos, la siguiente ecuación adimensional de transporte de carga de fondo:

$$\Phi_b = \frac{3.1}{\left(\frac{d_s}{d_a} - 1\right)^{0.5}} \left(\frac{d_{90}}{d_{30}}\right)^{0.2} \theta^{0.5} (\theta - \theta_{cr}) F_r^{1.1} \quad (34)$$

$$\Phi_b = \frac{q_b}{\left(\left(\frac{d_s}{d_a} - 1\right) g d_m^3\right)^{0.5}} \quad (35)$$

$$\theta = \frac{h S_{0,r}}{\left(\left(\frac{d_s}{d_a} - 1\right) d_m\right)^{0.5}} \quad (36)$$

$$F_r = \frac{V}{(gh)^{0.5}} \quad (37)$$

Donde:  $\Phi_b$  es la tasa de transporte de fondo adimensional,  $q_b$  es la tasa de transporte volumétrica de carga de fondo por unidad de ancho,  $d_s$  es la densidad del material sólido,  $d_a$  es la densidad del fluido,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $d_m$  es el diámetro medio aritmético de la muestra de sedimentos,



$d_{90}$  y  $d_{30}$  son los diámetros característicos de la muestra de sedimentos (para el 90% y 30%, respectivamente, del material de fondo más fino),  $\theta$  es la tensión de corte adimensional,  $\theta_{cr}$  es la tensión de corte crítica adimensional para el inicio del transporte,  $h$  es la profundidad de flujo,  $F_r$  es el número de Froude y  $V$  es la velocidad media del flujo.

La tensión de corte crítica adimensional puede tomar un valor constante de  $\theta_{cr} = 0.03 - 0.05$  ó puede ser determinado por la relación propuesta por Lamb et al. (2008):

$$\theta_{cr} = 0.15S_{0,c}^{0.25} \quad (38)$$

### 3.4 Procedimiento

- ✚ Se verificó la información granulométrica recopilada.
- ✚ Establecida la caracterización fluvial del tramo de río en estudio, se consideró caudales de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  a  $250 \text{ m}^3/\text{s}$  en intervalos de  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- ✚ Se clasificó la información granulométrica y se obtuvieron los percentiles característicos y demás información de interés.
- ✚ Se estimó la resistencia al flujo a través de la ecuación presentada líneas arriba.
- ✚ Se seleccionó el modelo de viscosidad turbulenta y el de tensión de fondo.
- ✚ Se elaboró el modelo de elevación digital de la zona de estudio.
- ✚ Se implementó el modelo numérico bidimensional CCHE2D con el modelo de elevación digital, las condiciones de contorno, la condición inicial, el modelo de viscosidad turbulenta y de tensión de fondo definidos anteriormente.
- ✚ Se estimó la capacidad potencial de transporte de sedimentos de fondo a través de las relaciones presentadas líneas arriba para el tramo análisis.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Clasificación de la granulometría

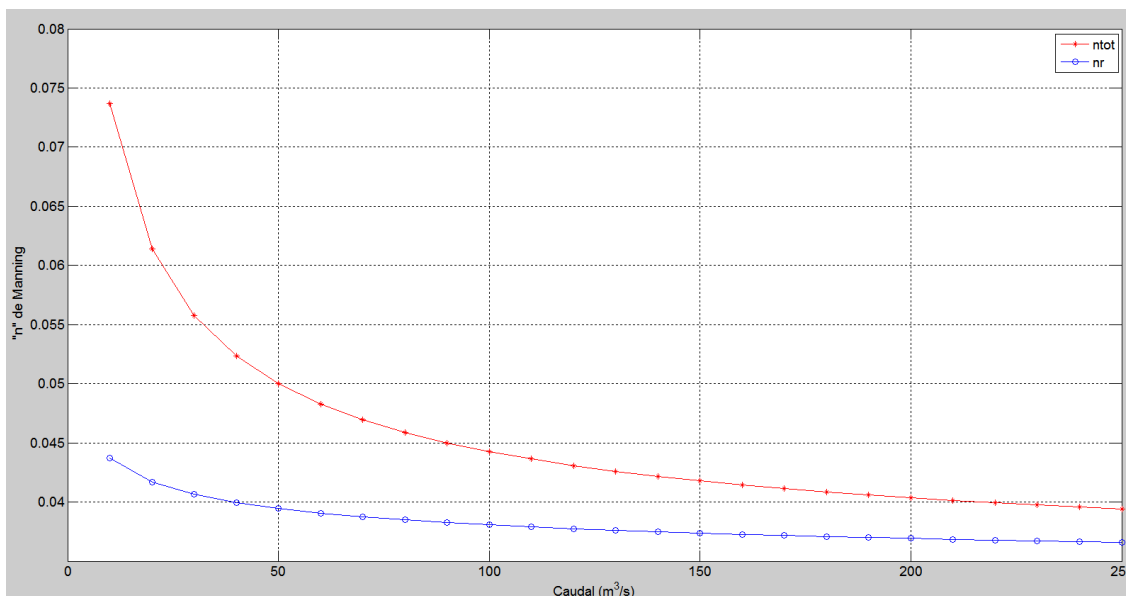
Tal como se mostraron en las Figuras 2, 3 y 4, la granulometría del lecho del río muestra una gran dispersión en su composición granular. Por lo que se puede afirmar que nos encontramos frente a un lecho macrorrugoso compuesto por material predominantemente de gran calibre y granulometría extendida, influenciando directamente la determinación de la resistencia al flujo y el transporte de sedimentos de fondo.

En el Anexo 7.1 se presenta los datos tabulares de la caracterización de la muestra de sedimentos completa.

### 4.2 Resistencia al flujo

Considerando como pendiente representativa del tramo de río evaluado el valor de 1.2% y teniendo en cuenta que 21.3 cm. es el valor para el cual el 90% del material es más fino. En la Figura 5 se muestran los resultados obtenidos para el coeficiente de resistencia total al flujo "n" de Manning evaluado con la formulación presentada líneas arriba, el cual corresponde a la resistencia al flujo debida a la superficie granular y las formas de fondo que se relacionan con las características morfológicas fluviales del tramo de río en estudio. Los valores encontrados tienen a disminuir a medida que aumenta el caudal.

Los valores " $n_{tot}$ " decrecen de forma exponencial variando desde  $n=0.074$ , para  $Q=10 \text{ m}^3/\text{s}$ , a  $n=0.039$ , para  $Q=250 \text{ m}^3/\text{s}$ .



**Figura 5: Coeficientes de resistencia al flujo "n" de Manning por caudal evaluado.**

En el Anexo 7.2 se presentan las variables que intervienen en la estimación de la resistencia al flujo.

### 4.3 Estimación del comportamiento hidráulico

A continuación se resumen los principales parámetros, métodos y condiciones de contorno configurados en el modelo CCHE2D:

- ✚ Para estimar la tensión de corte sobre el fondo se ha utilizado el coeficiente de rugosidad total de Manning, el cual fue previamente calculado para cada caudal evaluado. Para la rugosidad de las estructuras hidráulicas de concreto emplazadas en la zona de estudio se ha utilizado el valor de coeficiente de Manning de 0.016 en todos los casos,
- ✚ Para estimar la tensión turbulenta de Reynolds se ha utilizado el modelo parabólico de viscosidad turbulenta promediado en la profundidad. Para todos los caudales evaluados se ha usado como coeficiente de viscosidad turbulenta el valor de 1,

- ✚ Para la condición inicial de la superficie de agua se ha configurado el modelo con una lámina de 10 cm. por encima de la superficie del terreno,
- ✚ Para la evaluación del comportamiento hidráulico se ha considerado simulaciones en régimen estable para diversos caudales evaluados.

#### **4.3.1 Estimación del campo de velocidades en la zona de entrada al canal**

Las Figuras 6, 7, 8, 9 y 10 representan los resultados correspondientes al campo de velocidades para los caudales de 30, 50, 80, 100 y 160 m<sup>3</sup>/s, respectivamente, los cuales han sido evaluados en la zona correspondiente a la entrada del canal y las estructuras hidráulicas emplazadas aguas arriba (diques de derivación y de contención), presentes en el tramo de estudio.

En general se puede apreciar una gran dispersión de la distribución espacial de la magnitud de la velocidad, así como también altas velocidades de flujo (> 4 m/s) aguas abajo de los diques (derivación y contención), magnificándose dicho efecto a medida que aumenta el caudal evaluado.

Además, aguas arriba del dique de contención, el régimen de flujo es de subcrítico y las velocidades menores que 2 m/s en todos casos, lo cual era de esperarse debido a que el referido dique remansa el flujo hacia aguas arriba. En todo caso, estas condiciones de flujo probablemente tendrán como efecto la sedimentación del cauce cuando se presente el transporte de sedimentos.

Como se puede apreciar en dichas figuras, caudales mayores que 50 m<sup>3</sup>/s desbordan por la corona del dique de derivación, magnificándose este efecto a medida que aumenta el caudal evaluado.

Al pie de los diques (contención y derivación), como efecto de las estructuras de disipación de energía, se producen resaltos hidráulicos que logran cumplir su cometido, evidenciándose flujos en régimen subcrítico aguas abajo de los mismos, salvo aguas abajo del dique de contención en donde se ha encontrado, para todos los caudales evaluados, la ocurrencia de un nuevo resalto hidráulico producto del control del flujo que proporciona el dique de derivación.

Asimismo, estableciendo la altura de la atagüía como el nivel más alto correspondiente del muro de contención existente de la margen izquierda, se ha encontrado para todos los casos evaluados que no se producen desbordes hacia la margen derecha del cauce.

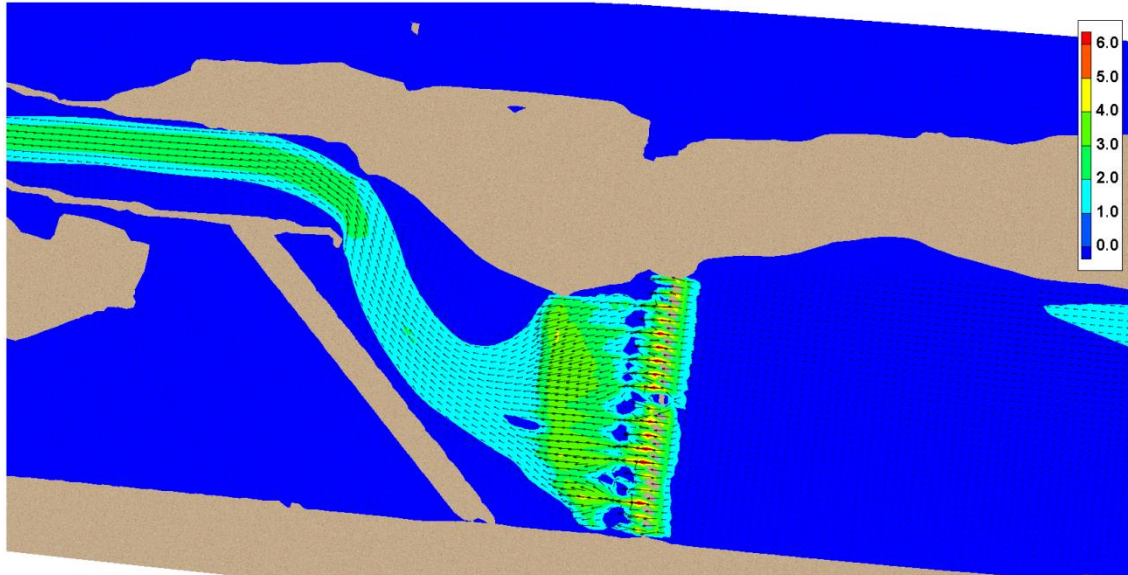


Figura 6: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

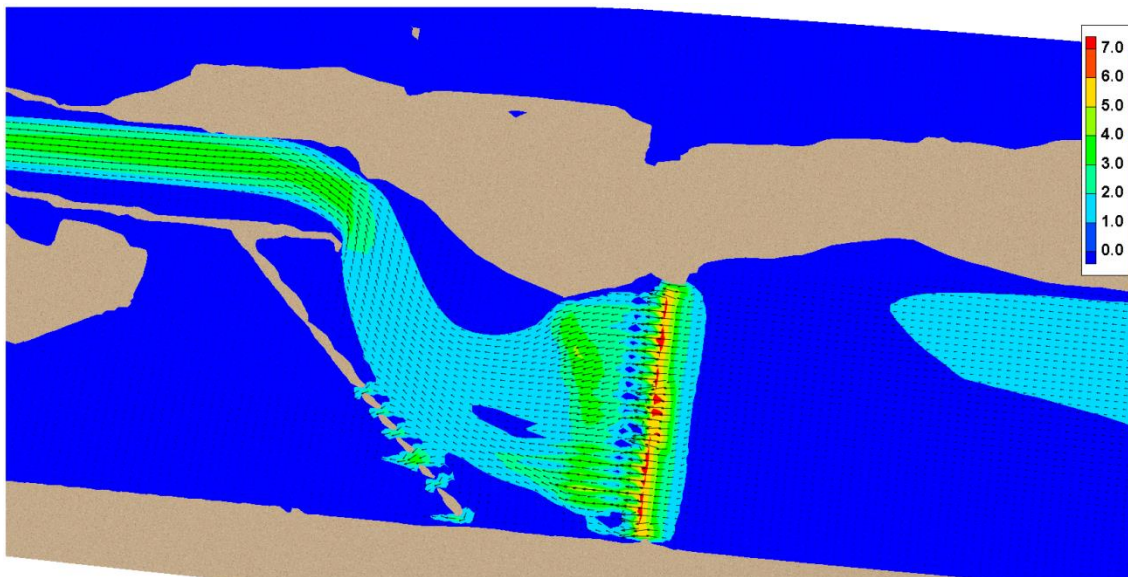


Figura 7: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $50 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

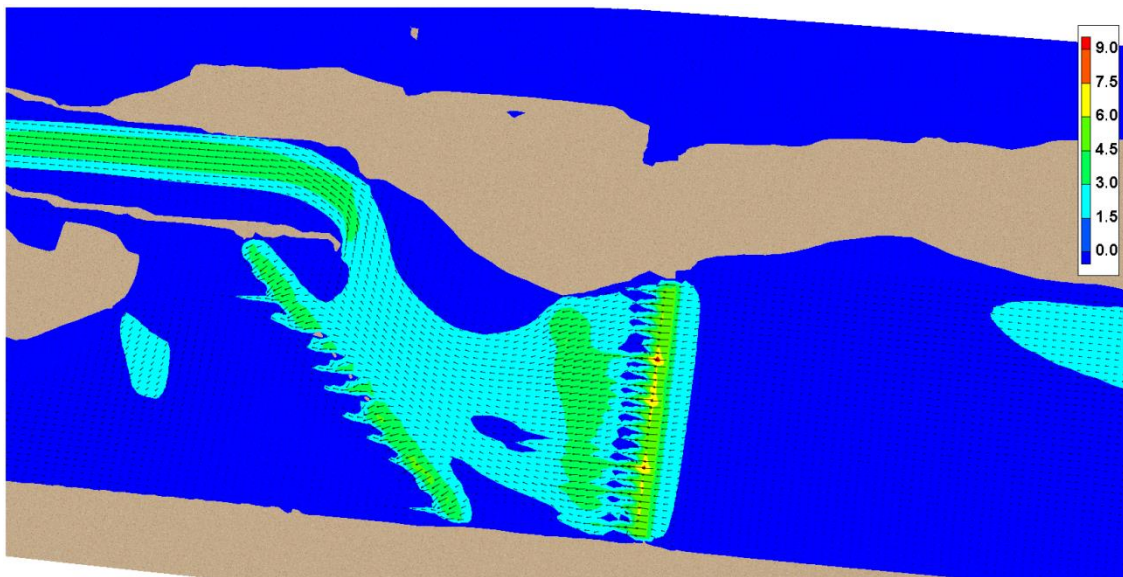


Figura 8: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

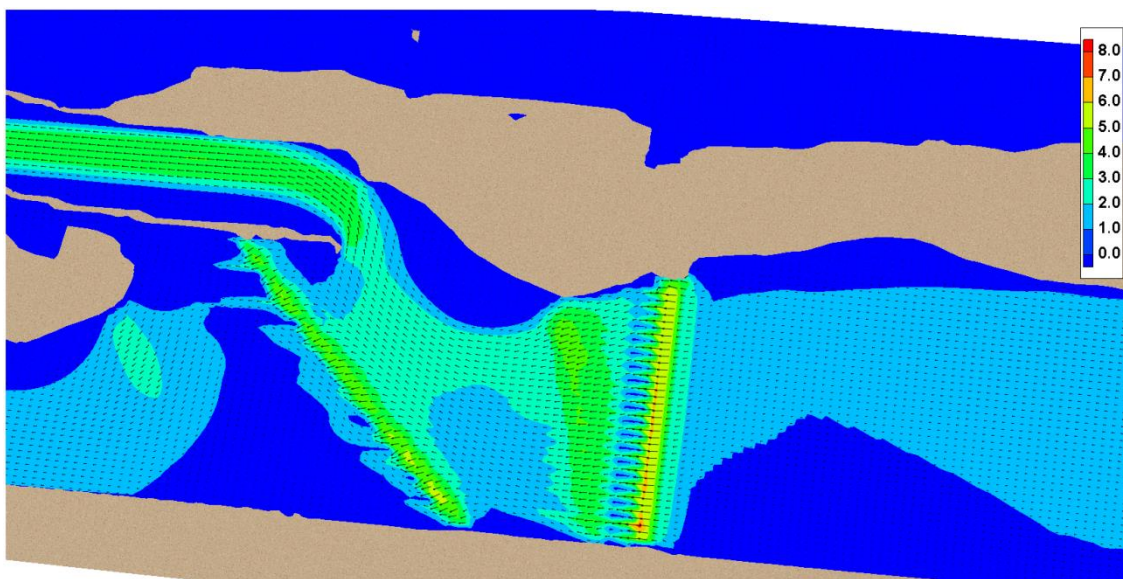
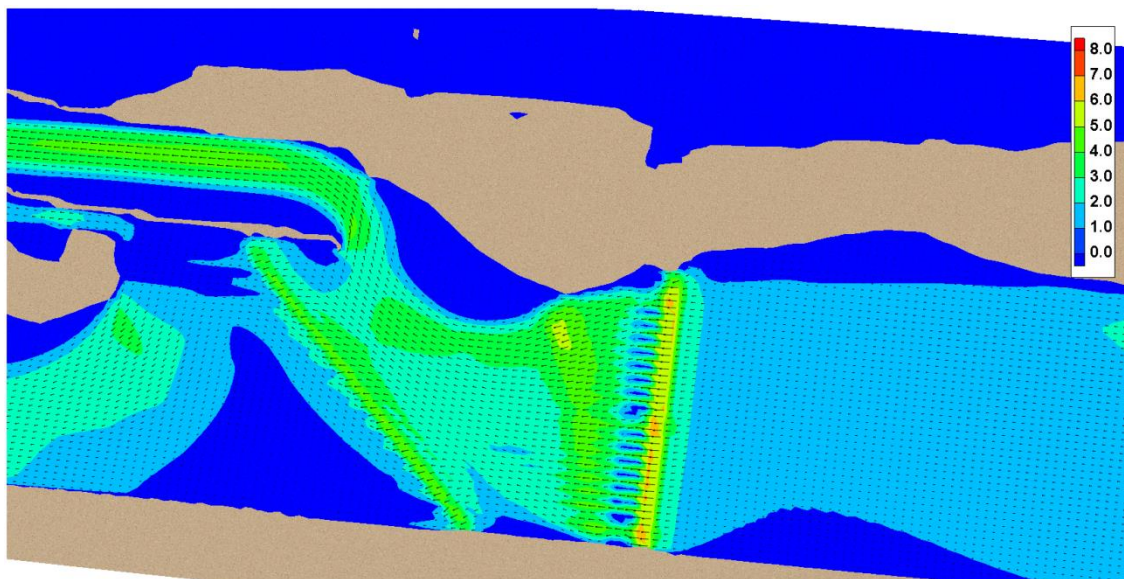


Figura 9: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.



**Figura 10: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.**

Además, los resultados encontrados en la derivación del caudal a través del dique de derivación son los siguientes:

**Tabla 1: División del caudal a través del dique de derivación.**

Q (m <sup>3</sup> /s) Aguas arriba	Q (m <sup>3</sup> /s) Canal de desvío	Q (m <sup>3</sup> /s) Dique de derivación
30.0	30.0	0.0
50.0	45.0	5.0
80.0	48.0	32.0
100.0	53.0	47.0
160.0	62.0	98.0

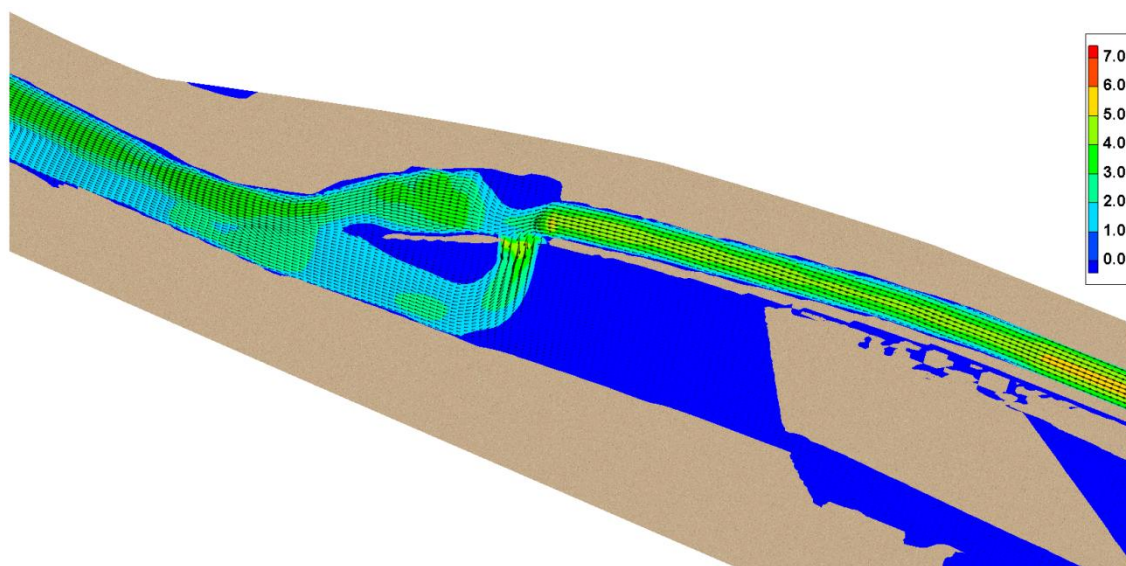
#### 4.3.2 Estimación del campo de velocidades en la zona de salida del canal

Las Figuras 11, 12, 13, 14 y 15 representan los resultados correspondientes al campo de velocidades para los caudales de 30, 50, 80, 100 y 160 m<sup>3</sup>/s, respectivamente, los cuales han sido evaluados en la zona correspondiente a la salida del canal.

En general se puede apreciar una gran dispersión de la distribución espacial de la magnitud de la velocidad, así como también altas velocidades de flujo (> 3 m/s) aguas abajo de la salida del canal, magnificándose dicho efecto a medida que aumenta el caudal evaluado.

Asimismo, se puede apreciar que en general el régimen de flujo es de subcrítico, salvo en el centro del canal, aguas abajo de la estructura de disipación de energía y aguas abajo de la confluencia de la masa de agua proveniente del canal y el río (ver Anexo 7.3).

No se observan desbordes para todos los caudales evaluados hacia la margen derecha del cauce del río.



**Figura 11: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.**



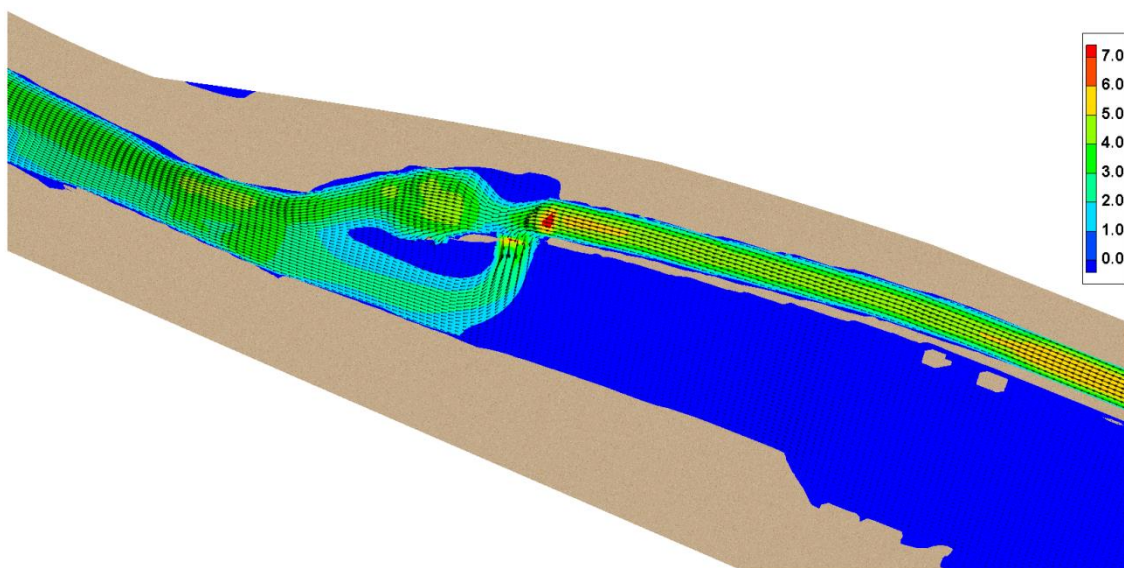


Figura 12: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $50 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de salida del canal.

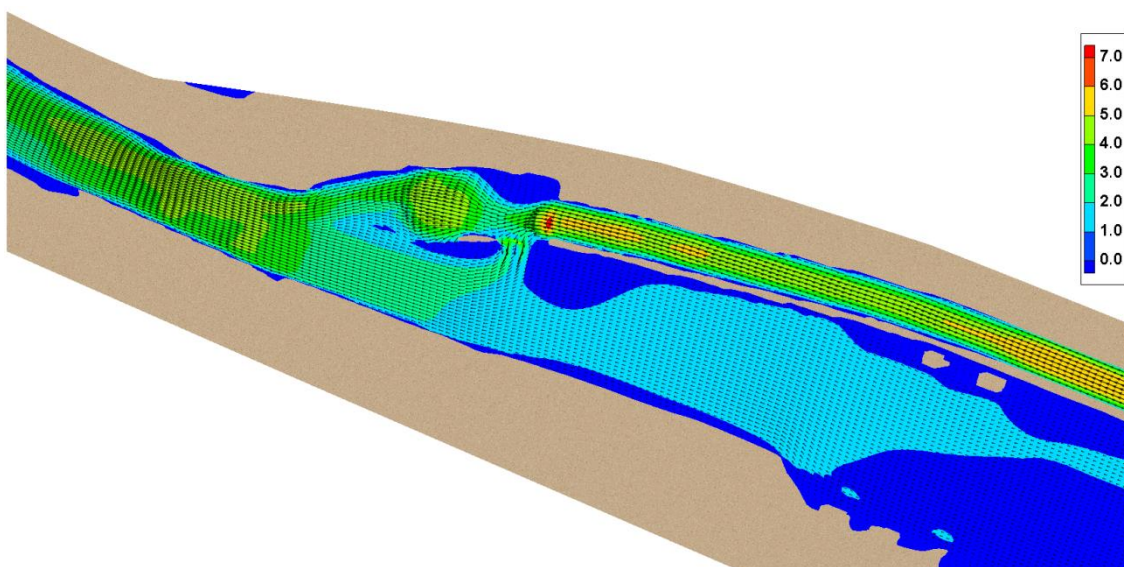


Figura 13: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de salida del canal.

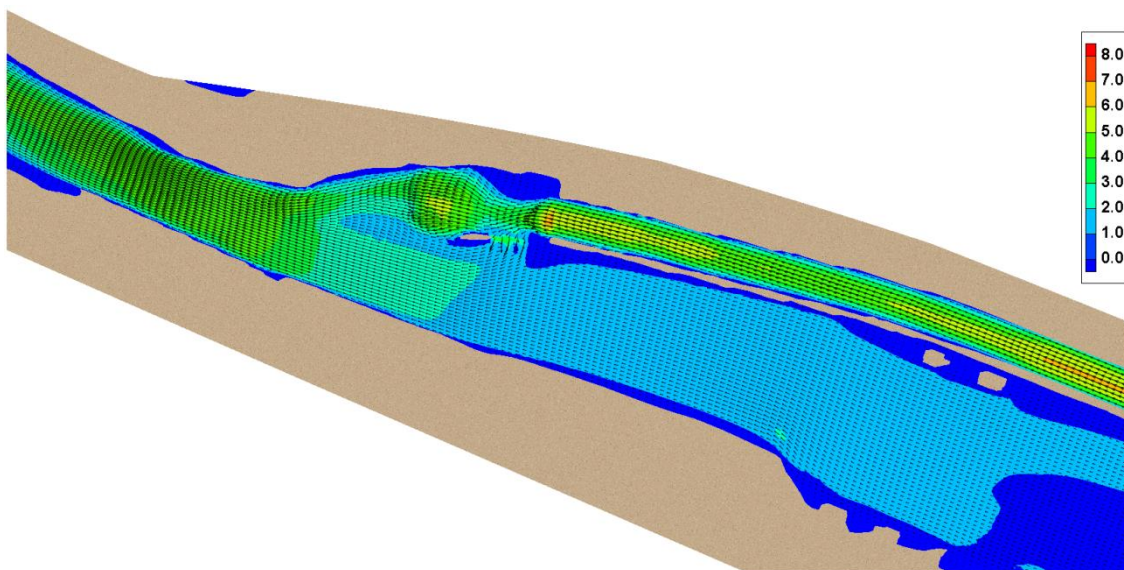


Figura 14: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

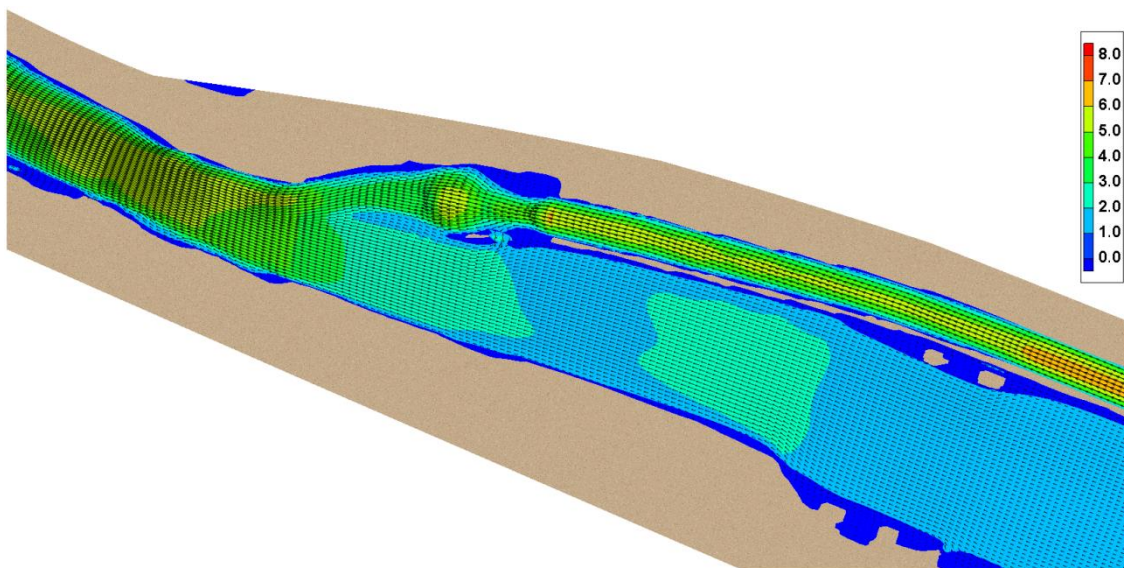


Figura 15: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

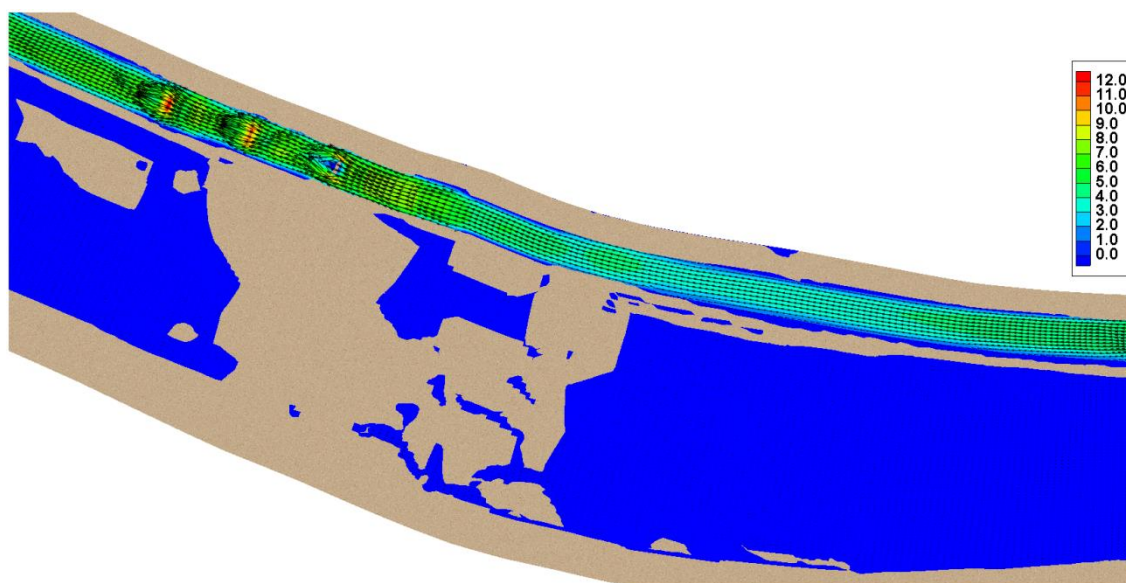
#### 4.3.3 Estimación del campo de velocidades en la zona del puente Trujillo

Las Figuras 16, 17, 18, 19 y 20 representan los resultados correspondientes al campo de velocidades para los caudales de 30, 50, 80, 100 y 160 m<sup>3</sup>/s, respectivamente, los cuales han sido evaluados en la zona correspondiente al puente Trujillo.

En general se puede apreciar una gran dispersión de la distribución espacial de la magnitud de la velocidad, así como también altas velocidades de flujo ( $> 3$  m/s) en el canal y aguas abajo del puente Trujillo, magnificándose dicho efecto a medida que aumenta el caudal evaluado.

Asimismo, se puede apreciar que en general el régimen de flujo es de subcrítico, salvo aguas abajo del puente Trujillo, tanto en el canal como en el cauce del río (ver Anexo 7.3)

Asimismo cabe resaltar que se observa desborde aguas arriba del puente Trujillo hacia la margen izquierda del río con el caudal evaluado de  $160.0 \text{ m}^3/\text{s}$ . La lámina de desborde esta alrededor de  $0.5 \text{ m}$ . y se extiende aproximadamente en  $10.0 \text{ m}$ . de longitud respecto del muro de contención existente de la margen izquierda.



**Figura 16: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de  $30 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona del puente Trujillo.**

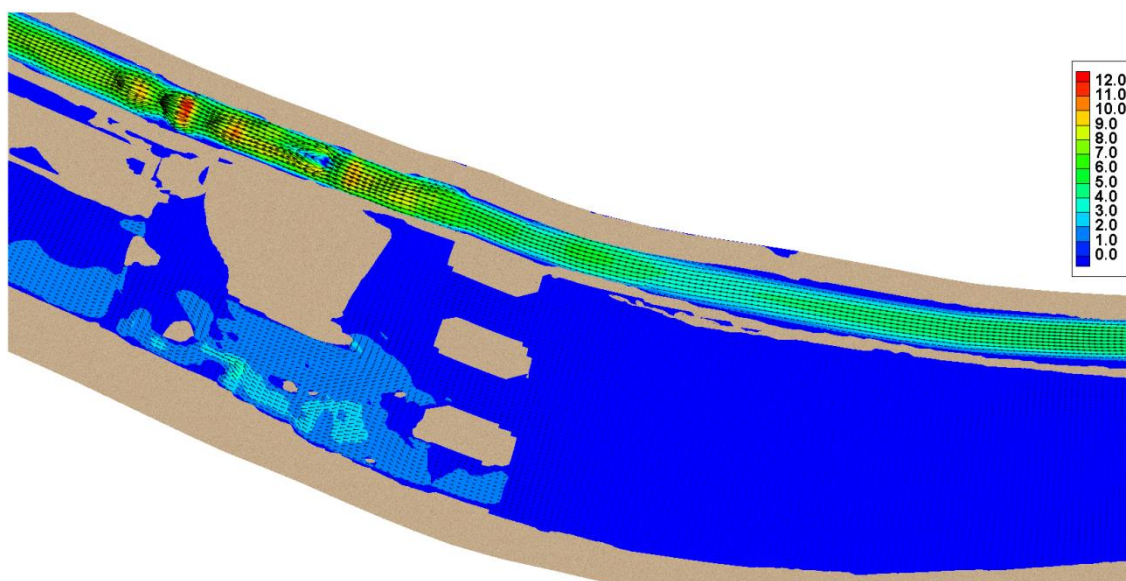


Figura 17: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

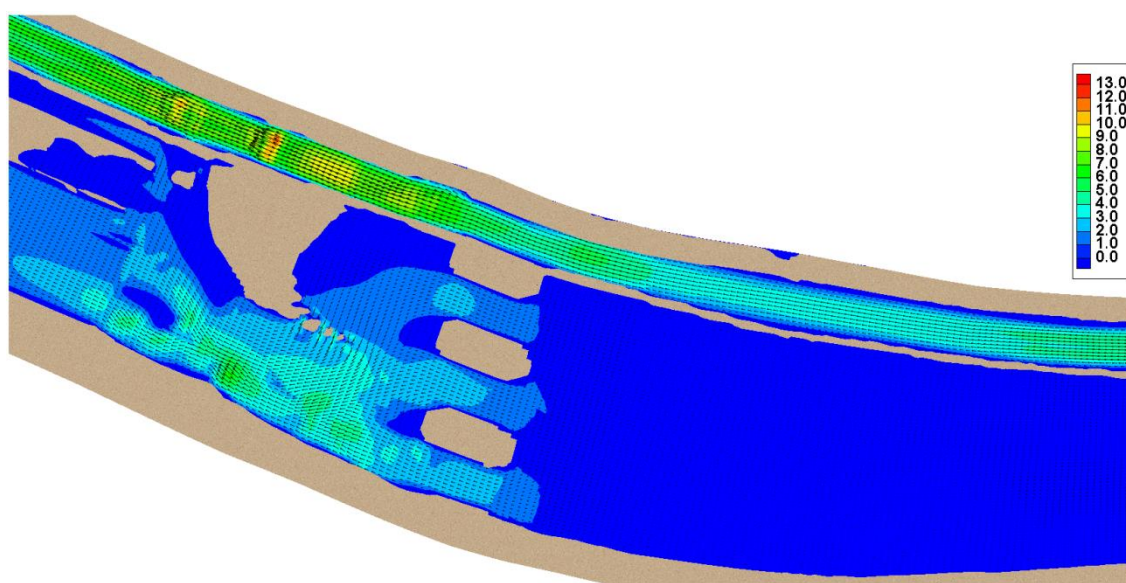


Figura 18: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

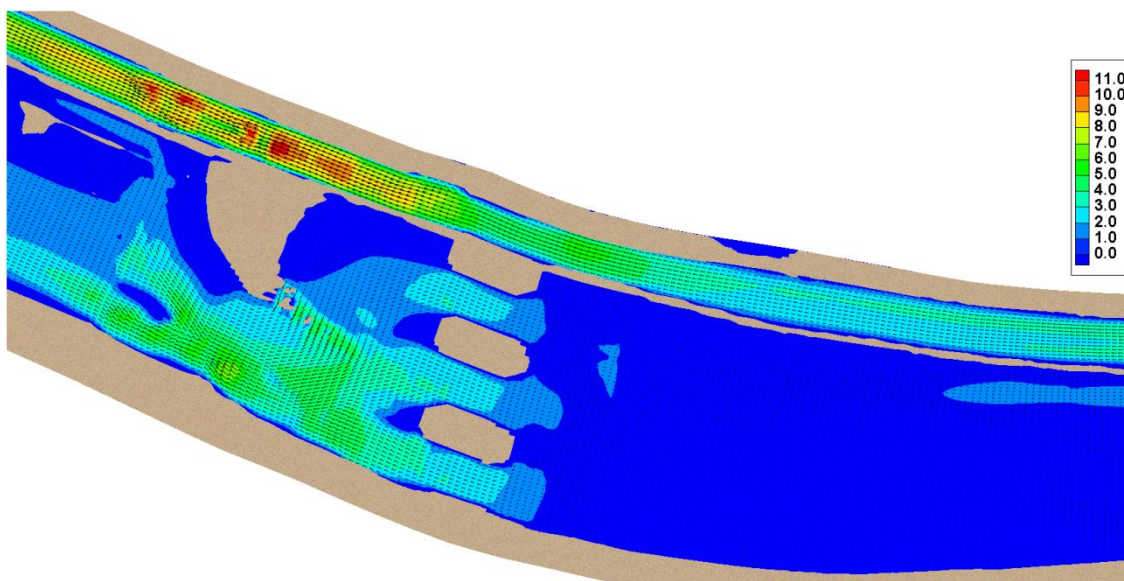


Figura 19: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

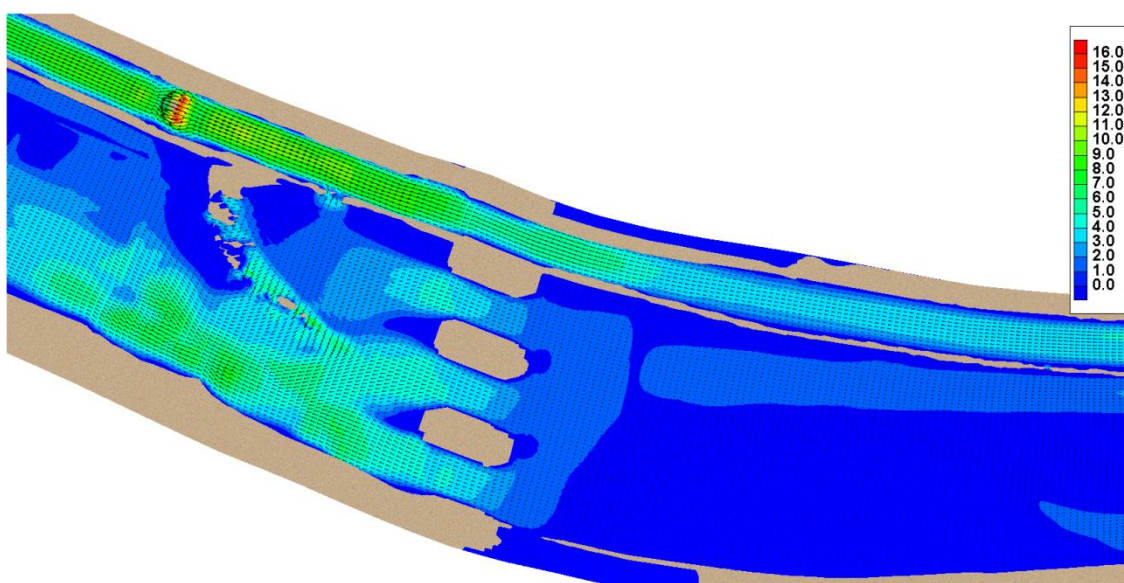


Figura 20: Resultado de la velocidad (m/s) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

En el Anexo 7.3 se presentan la distribución espacial de la profundidad de flujo y el régimen del mismo para la zona de ingreso, salida al canal y Puente Trujillo.

#### 4.4 Capacidad de transporte de sedimentos

Para estimar el transporte potencial de sedimentos de fondo, la información básica necesaria es de dos tipos, una de tipo granulométrico del material del lecho del cauce y otra de tipo hidráulico, a través de las características de flujo.

En general, las características del flujo se interrelacionan con las características granulométricas del material del fondo del lecho del cauce a través de los coeficientes de resistencia al flujo.

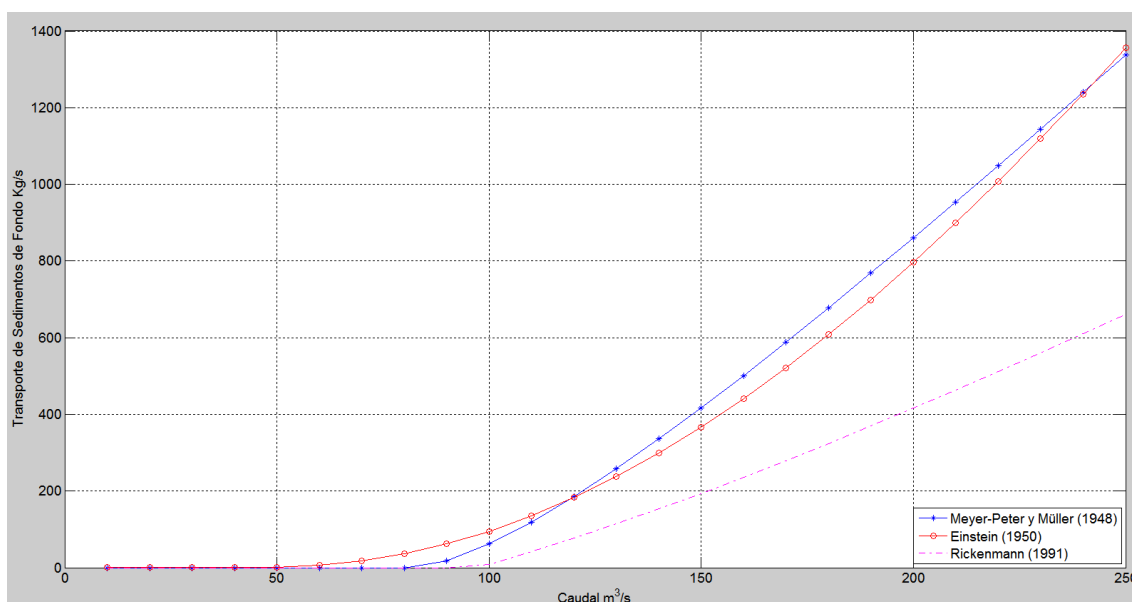
En todo caso, en el presente estudio se ha considerado que el tramo de estudio, aguas arriba del dique de contención, corresponde a un canal prismático de sección promedio rectangular, de alineación recta, con formas de fondo y lecho granular, con flujo uniforme y permanente en lámina libre, carente de vegetación y grandes obstáculos.

Establecidas las características geomorfológicas del tramo de río en estudio, que son las mismas en el tramo de aguas arriba del dique de contención debido a su proximidad, para la estimación de la cantidad de transporte de sedimentos de fondo que será retenida por el dique de contención se ha considerado que el ancho del río es de 50 metros debido a que el río se encuentra encauzado por muros de concreto.

En la Figura 21 se muestra la relación del caudal líquido y el caudal sólido de fondo en peso estimada a través de los métodos considerados en el presente estudio. Para los caudales líquidos evaluados en la estimación del comportamiento hidrodinámico de la zona de interés, se tienen los siguientes resultados de la capacidad de transporte:

**Tabla 2: Resultados de la capacidad de transporte de carga de fondo en peso del tramo de estudio.**

Q (m <sup>3</sup> /s) Líquido	g <sub>s</sub> (Kg/m*s) MPM (1948)	G <sub>s</sub> (Kg/s) MPM (1948)	g <sub>s</sub> (Kg/m*s) Einstein (1950)	G <sub>s</sub> (Kg/s) Einstein (1950)	g <sub>s</sub> (Kg/m*s) Rickenmann (1991)	G <sub>s</sub> (Kg/s) Rickenmann (1991)
30.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50.0	0.0	0.0	0.1	1.8	0.0	0.0
80.0	0.0	0.0	0.7	36.7	0.0	0.0
100.0	1.2	61.7	1.9	94.4	0.2	9.2
160.0	10.0	501.4	8.8	441.3	4.7	235.8



**Figura 21: Gráfico de caudal líquido versus caudal sólido total de fondo en peso estimado.**

En el Anexo 7.4 se presentan los parámetros y variables que intervienen en la estimación de la capacidad de transporte de sedimentos de fondo por cada método utilizado en el presente informe.

## 5 CONCLUSIONES

El tramo de río en estudio se caracteriza como de lecho macrorrugoso, de baja sumersión relativa, turbulento e hidráulicamente rugoso con un régimen hidrológico transitorio dominado por la ocurrencia de precipitaciones en la parte media y alta de cuenca del Rímac.

Se ha realizado la simulación del comportamiento hidrodinámico del tramo de río en estudio considerando flujo permanente. Asimismo, se ha considerado una relación empírica apropiada para estimar la resistencia total al flujo producto de los elementos de rugosidad y las formas de fondo existentes en el tramo de estudio.

Se observa desborde aguas arriba del puente Trujillo hacia la margen izquierda del río con el caudal evaluado de 160.0 m<sup>3</sup>/s. La lámina de desborde esta alrededor de 0.5 m. y se extiende aproximadamente en 10.0 m. de longitud respecto del muro de contención existente de la margen izquierda.

Considerando que aguas arriba de las estructuras hidráulicas se encuentran disponibles de forma ilimitada sedimentos con la granulometría presentada en este informe, a continuación se presentan los resultados de la cantidad de sedimentos de fondo, estimados a través del método de Meyer-Peter y Müller, que probablemente serán retenidos aguas arriba del dique de contención:

**Tabla 3: Resultados del transporte de sedimentos de fondo obtenidos a través del método de Meyer-Peter y Müller (1948).**

Q (m <sup>3</sup> /s)	g <sub>s</sub> (Kg/m*s)	G <sub>s</sub> (Kg/s)
Líquido	MPM (1948)	MPM (1948)
30.0	0.0	0.0
50.0	0.0	0.0
80.0	0.0	0.0
100.0	1.2	61.7
160.0	10.0	501.4



Finalmente, se recomienda aplicar el presente procedimiento en la evaluación del comportamiento hidrodinámico y de transporte de sedimentos de fondo de los tramos restantes ubicados aguas debajo de la estación Chosica.

## 6 Bibliografía

Aguirre-Pe, J., Olivero, M. L. and Moncada, A. T. (2003). Particle Densimetric Froude Number for Estimating Sediment Transport. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 129(6), 428-437

Aguirre-Pe, J., and Fuentes, R. (1990). Resistance to Flow in Steep Rough Stream. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 116(11), 1374-1387

Aguirre-Pe, J. (1983). *Hidráulica de Sedimentos*. Serie: Obras Hidráulicas OH-2. Centro Interamericano de Desarrollo Integral de Aguas y Tierras - CIDIAT, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela. 266 p.

Chiari, M. (2008). Numerical Modelling of Bedload Transport in Torrents and Mountain Stream. PhD Thesis for Degree, Institute of Mountain Risk Engineering, University of Natural Resources and Applied Life Science, Vienna, Austria. 212 p.

Einstein, H. (1950). The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows. Technical Bulletin No. 1026, U.S.D.A., Soil Conservation Service, USA. 1-71

Garcia, M. (2008). *Sedimentation Engineering (Manual 110); Processes, Measurements, Modeling, and Practice*. American Society of Civil Engineers, USA. 1132 p.

Jia, Y. and Wang, S. (2001). CCHE2D: Two-dimensional Hydrodynamic and Sediment Transport Model for Unsteady Open Channel Flows Over Loose Bed. Technical Report No. NCCHE-TR-2001-1, School of Engineering, The University of Mississippi, USA. 1-89

López Alonso, R. (2005). Resistencia al Flujo en Ríos de Montaña; Desarrollo de Ecuaciones de Predicción. Tesis Doctoral del Programa de Doctorado de Ingeniería. Univ. de Lleida, España. 363 p.

Martín Vide, J. P. (2008). Ingeniería de Ríos. Politex. Area d'Enginyeria Civil. Ed UPC. Barcelona, España.

Rickenmann, D. (1991). Hyperconcentrated Flow and Sediment Transport al Steep Slopes. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 117(11)

Rickenmann, D. and A. Recking (2011). Evaluation of flow resistance in gravel-bed rivers through a large field data set. Water Resources Research. 47(7), W07538–.

## 7 ANEXOS

### 7.1 Anexo: Granulometría

Tabla 4: Clases de la muestra de sedimentos completa.

di (mm)	w (gr)	% Retenido	% Ret. Acum.	% Pasa Acum.
228.60	0.00	0.00	0.00	100.00
203.20	16112.00	13.39	13.39	86.61
165.10	6424.00	5.34	18.73	81.27
152.40	9444.00	7.85	26.58	73.42
127.00	17742.00	14.75	41.33	58.67
101.60	6366.00	5.29	46.62	53.38
76.20	21895.52	18.20	64.82	35.18
63.50	5054.30	4.20	69.02	30.98
50.80	3126.89	2.60	71.62	28.38
38.10	8381.92	6.97	78.58	21.42
25.40	6560.92	5.45	84.04	15.96
19.00	4967.24	4.13	88.17	11.83
12.70	5448.49	4.53	92.70	7.30
9.50	2626.30	2.18	94.88	5.12
4.75	4892.27	4.07	98.94	1.06
2.00	258.76	0.22	99.16	0.84
0.43	525.02	0.44	99.60	0.40
0.08	486.33	0.40	100.00	0.00

Elaboración: Propia.

## 7.2 Anexo: Resistencia al flujo

**Tabla 5: Coeficiente de resistencia al flujo estimado mediante la relación de Rickenmann y Recking (2011).**

Q (m <sup>3</sup> /s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	
Y <sub>n</sub> (m)	0.299	0.407	0.491	0.562	0.626	0.684	0.739	0.790	0.839	0.885	0.930	0.973	1.015	1.055	1.094	1.131	1.167	1.202	1.236	1.269	1.301	1.332	1.363	1.393	1.423	1.452
V <sub>tot</sub> (m/s)	0.669	0.983	1.223	1.423	1.598	1.754	1.895	2.025	2.144	2.253	2.352	2.441	2.521	2.591	2.651	2.711	2.771	2.831	2.891	2.951	3.011	3.071	3.131	3.191	3.251	3.311
V <sub>o</sub> (m/s)	1.340	1.646	1.864	2.040	2.192	2.326	2.444	2.548	2.639	2.718	2.786	2.844	2.892	2.931	2.970	3.009	3.048	3.087	3.126	3.165	3.204	3.243	3.282	3.321	3.360	3.399
S <sub>r</sub> (m/m)	0.004	0.006	0.007	0.008	0.008	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
n <sub>tot</sub>	0.074	0.061	0.056	0.052	0.048	0.044	0.040	0.036	0.032	0.028	0.024	0.020	0.016	0.012	0.008	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
n <sub>r</sub>	0.044	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.037	0.036	0.035	0.034	0.033	0.032	0.031	0.030	0.029	0.028	0.027	0.026	0.025	0.024	0.023	0.022	0.021	0.020	0.019	0.018

Elaboración: Propia.

### 7.3 Anexo: Variables hidráulicas

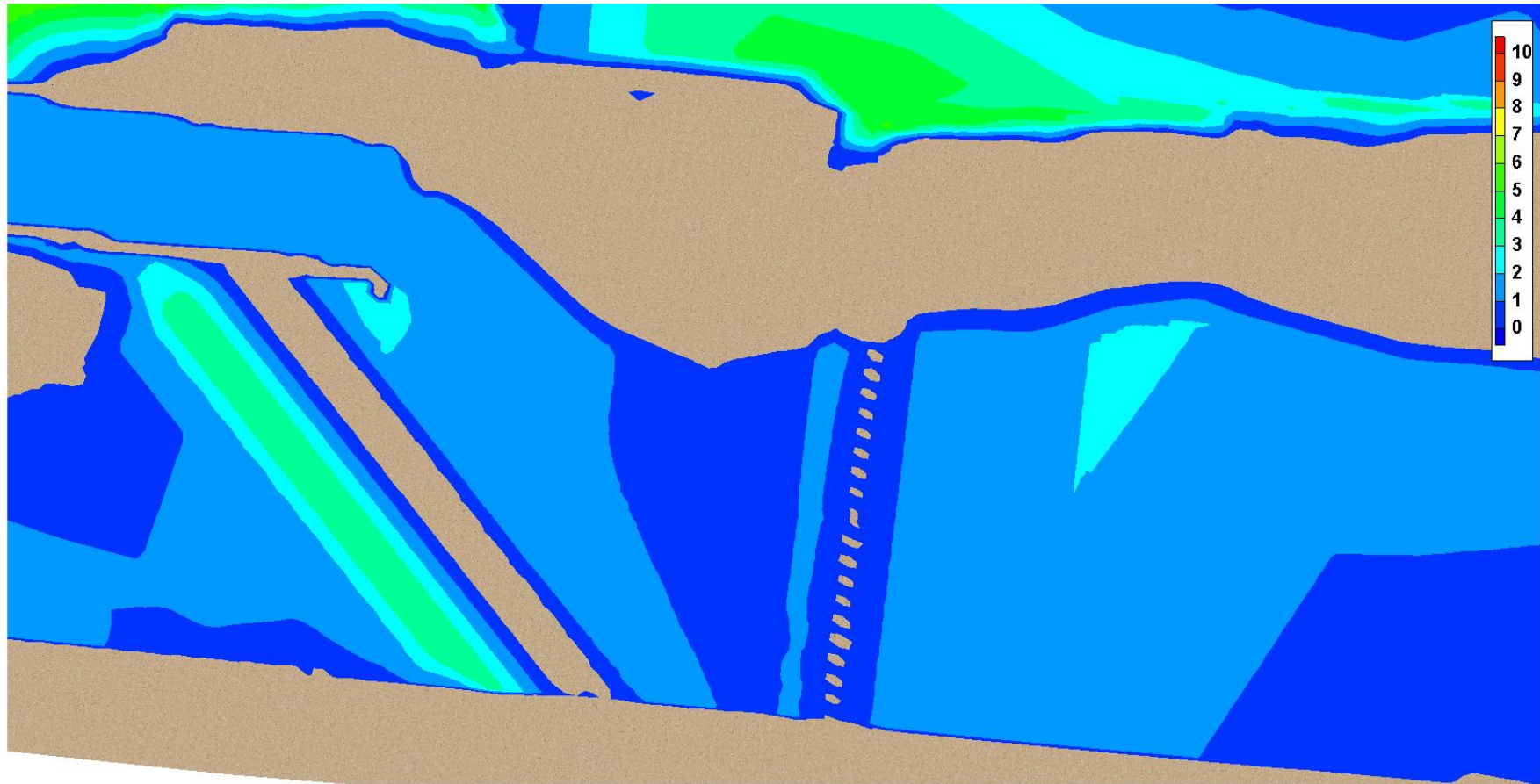


Figura 22: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

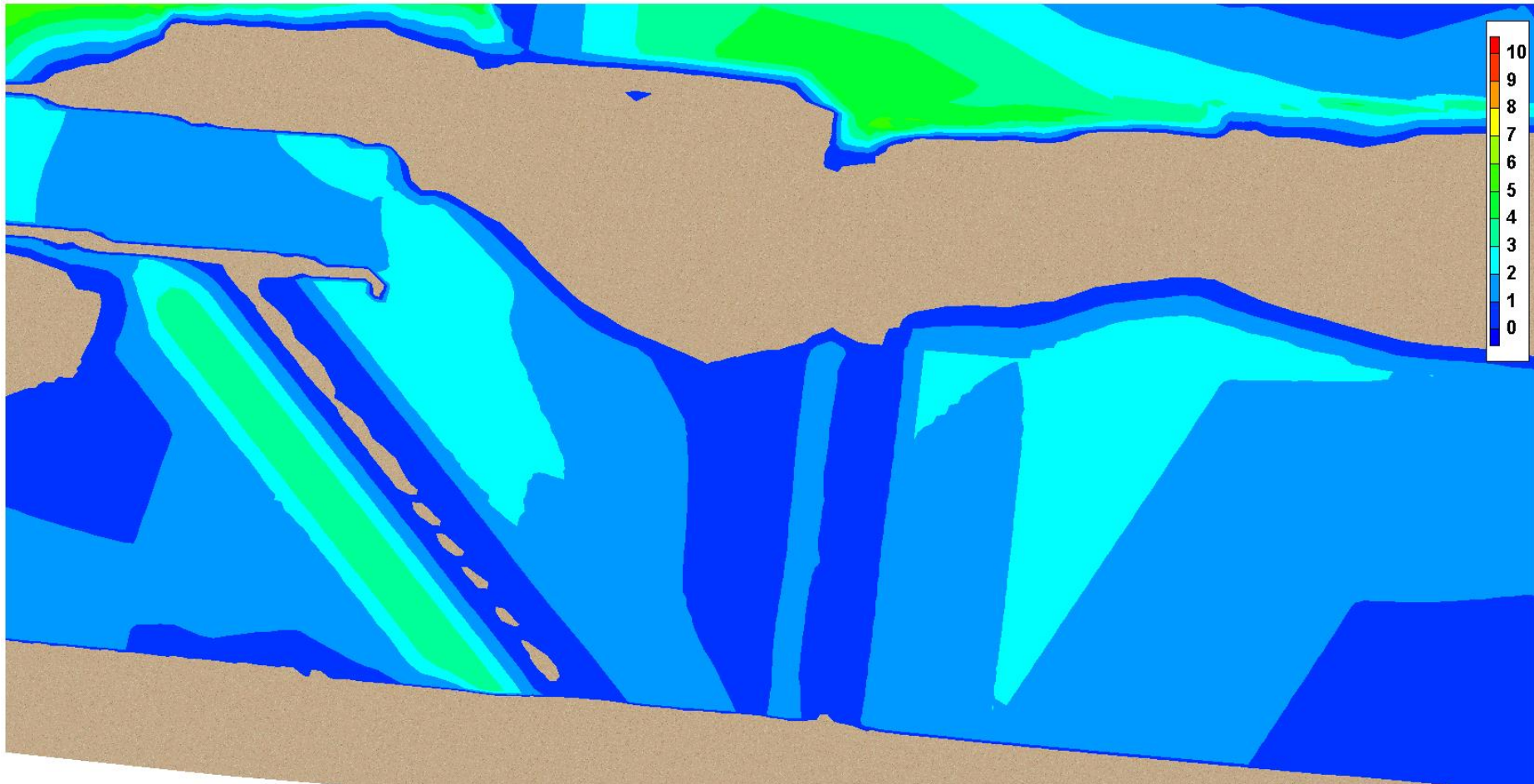


Figura 23: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

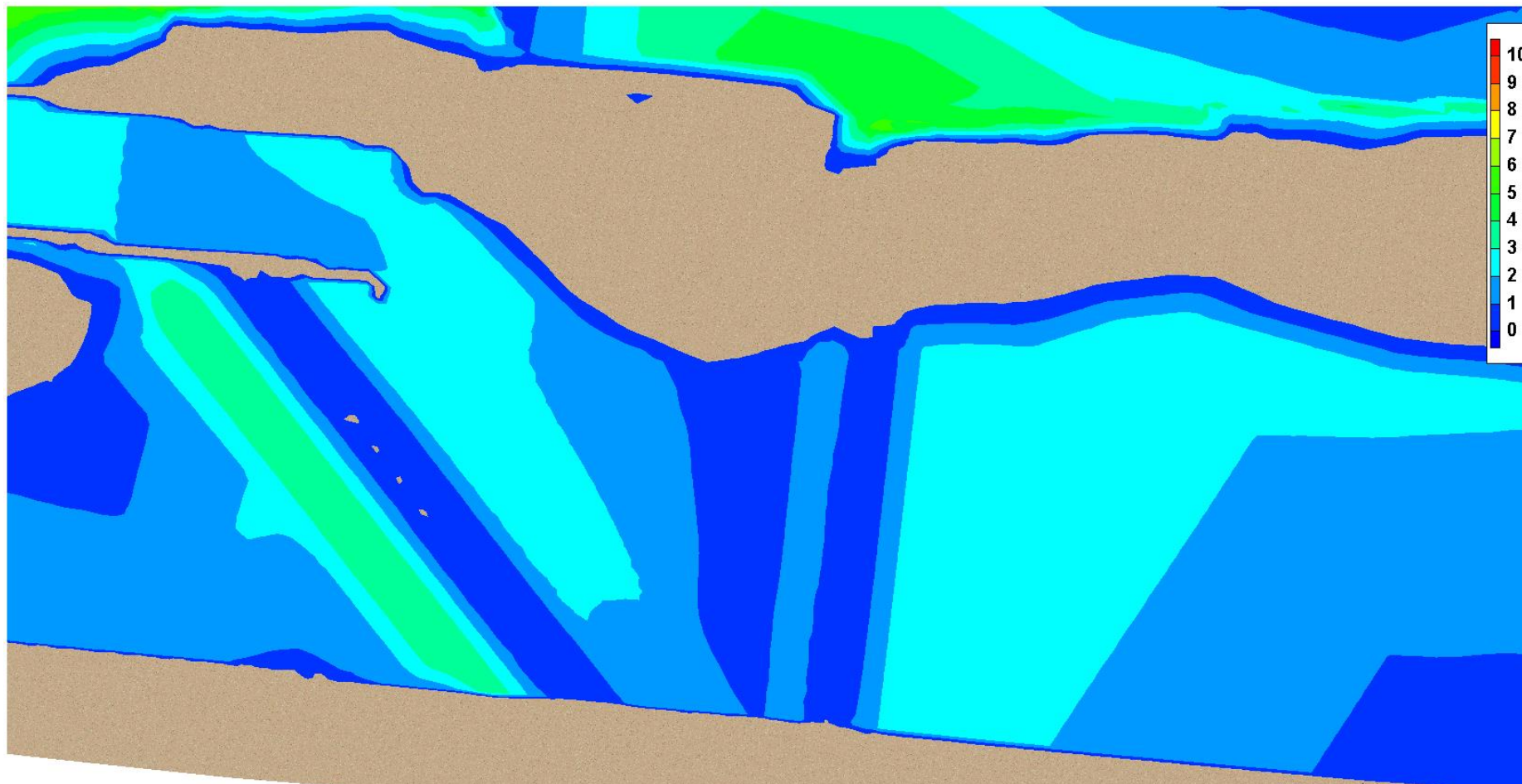


Figura 24: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

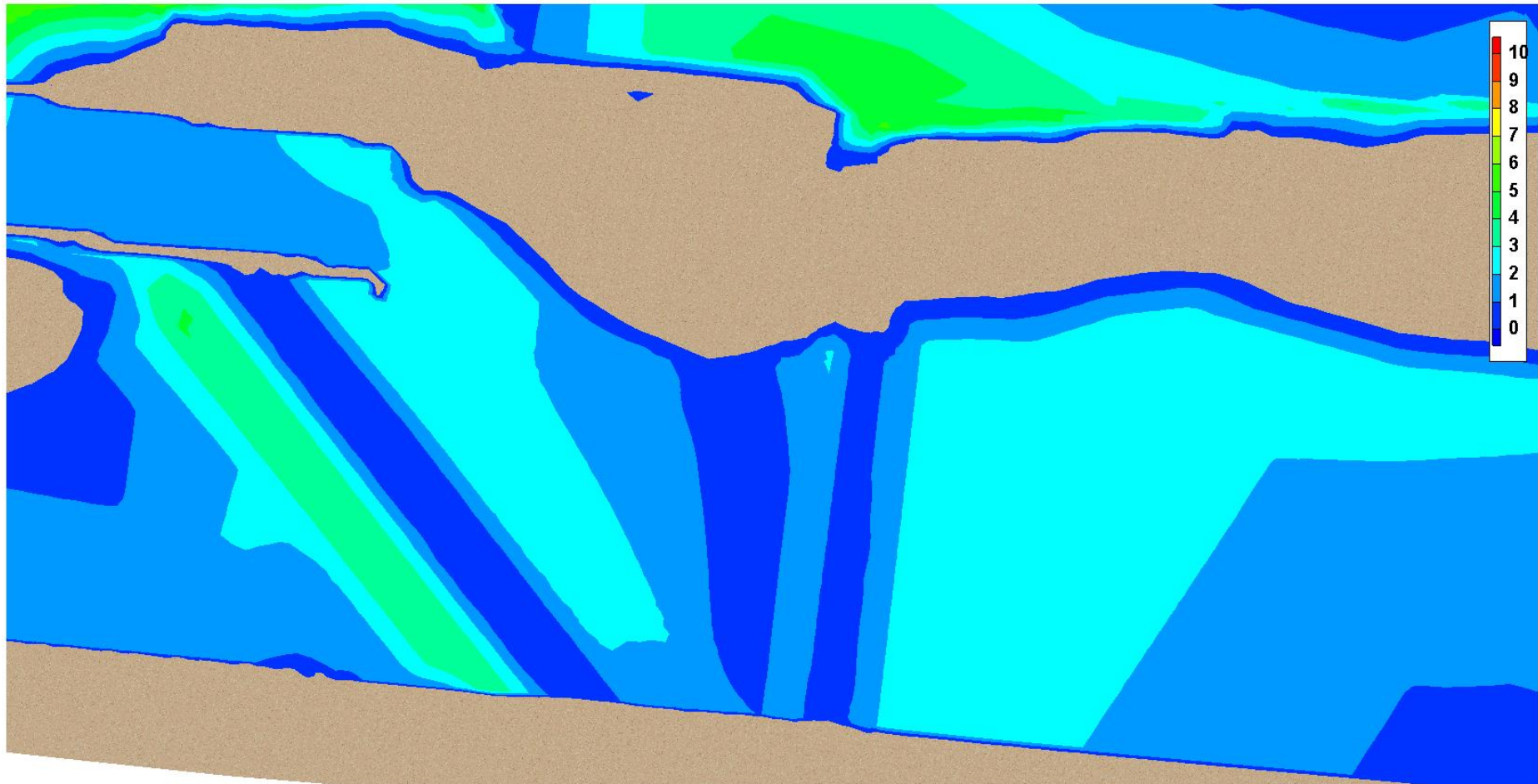


Figura 25: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de  $100 \text{ m}^3/\text{s}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.



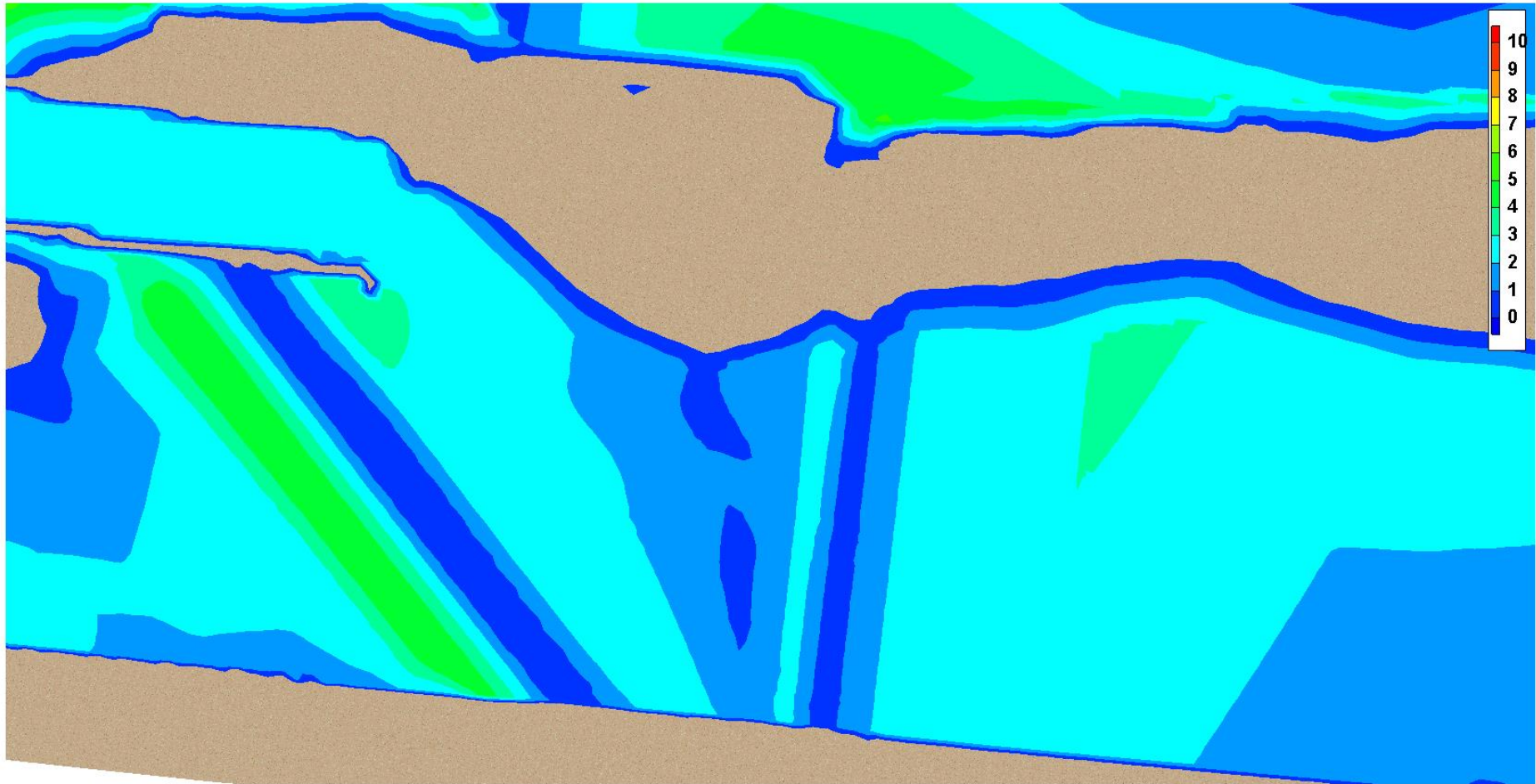


Figura 26: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

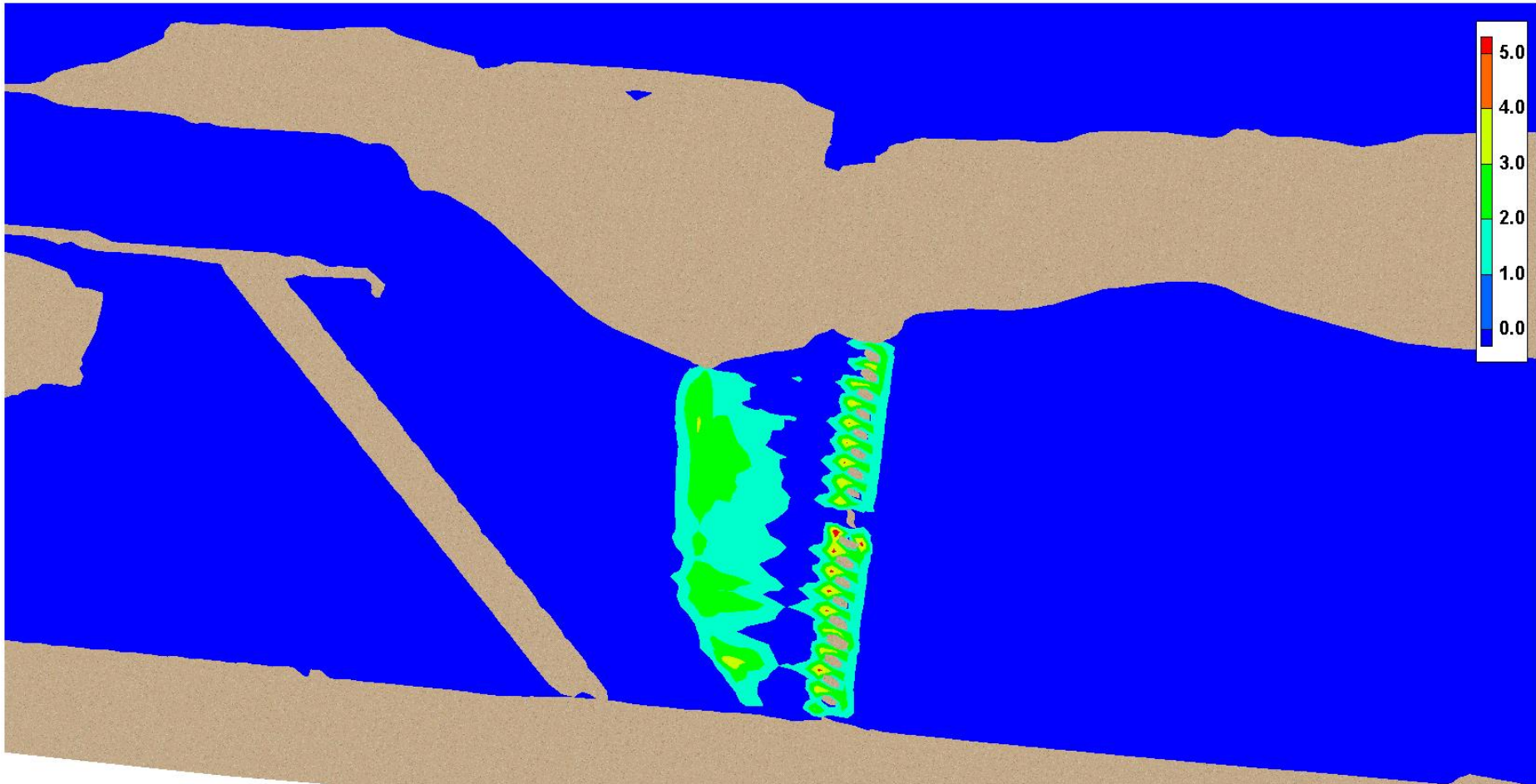


Figura 27: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de  $30 \text{ (m}^3\text{/s)}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

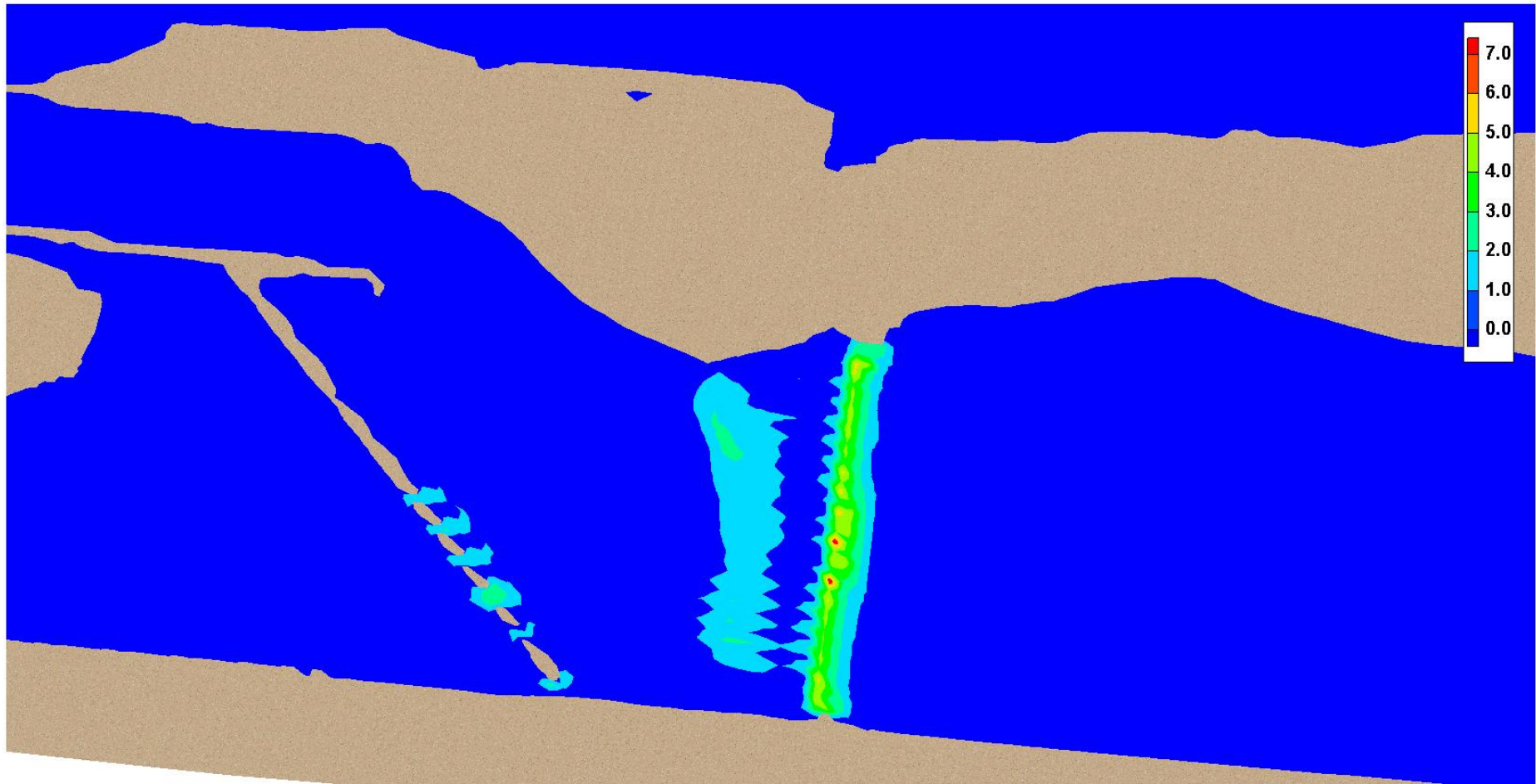


Figura 28: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de  $50 \text{ (m}^3\text{/s)}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

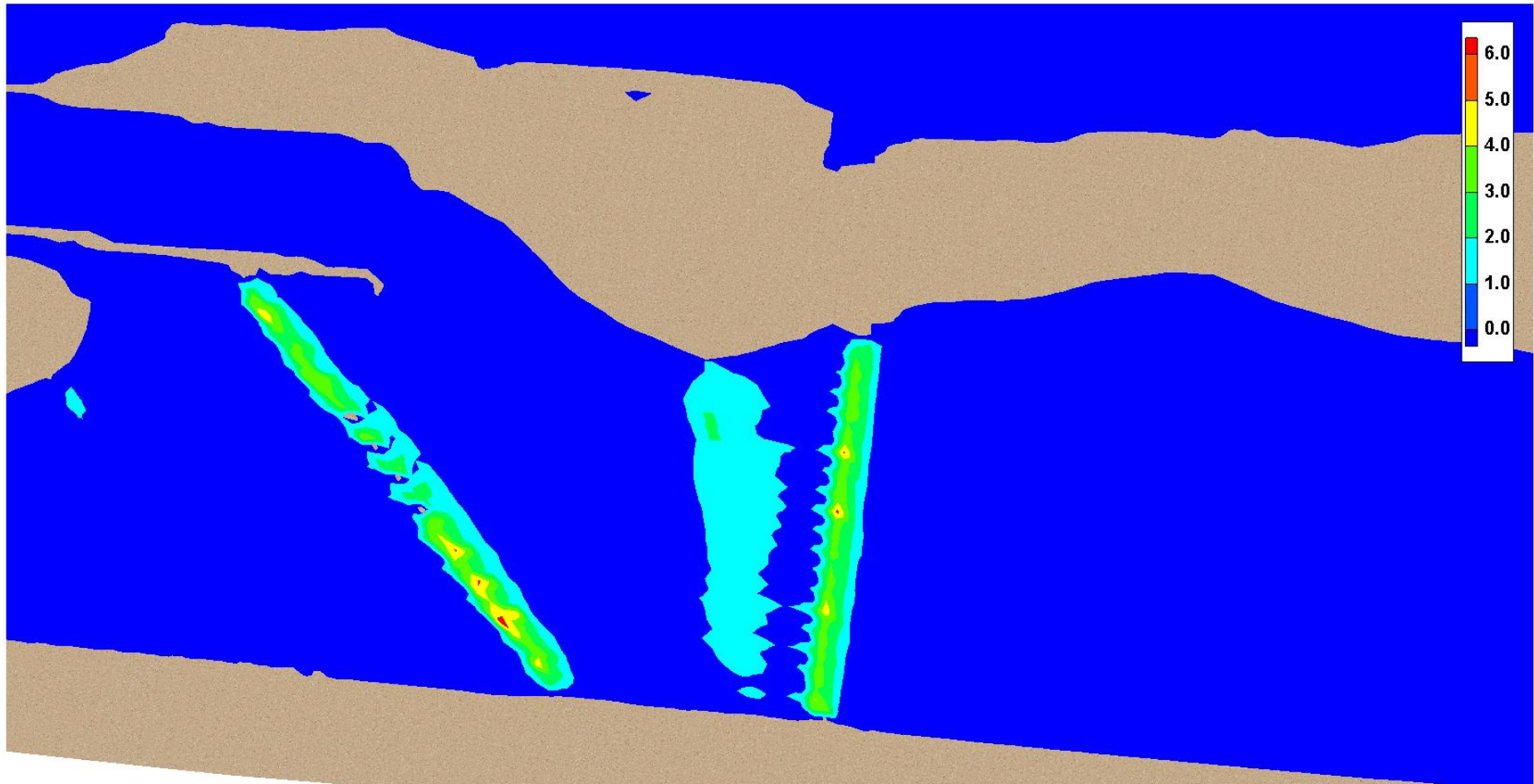


Figura 29: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

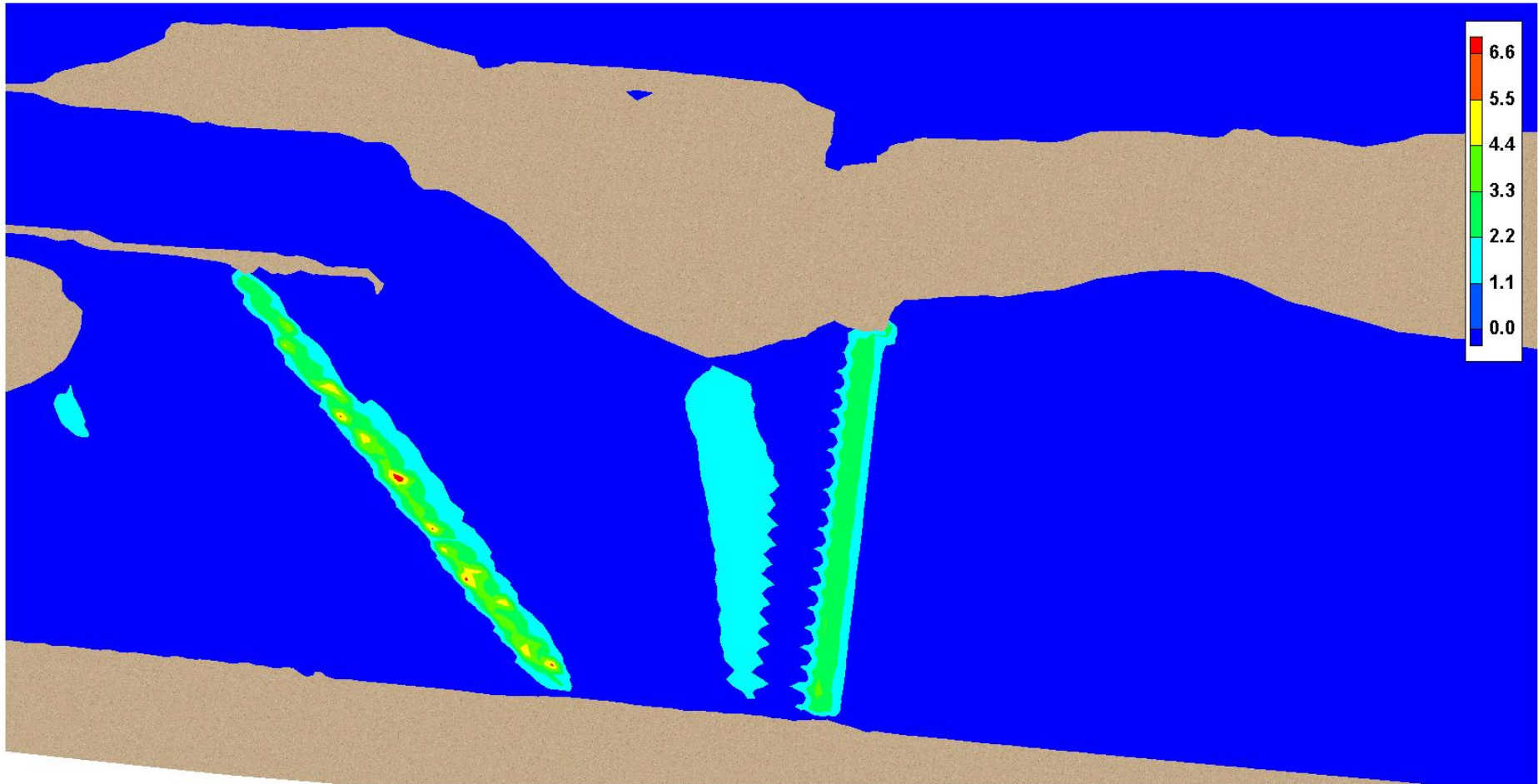


Figura 30: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de  $100 \text{ (m}^3/\text{s)}$  en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

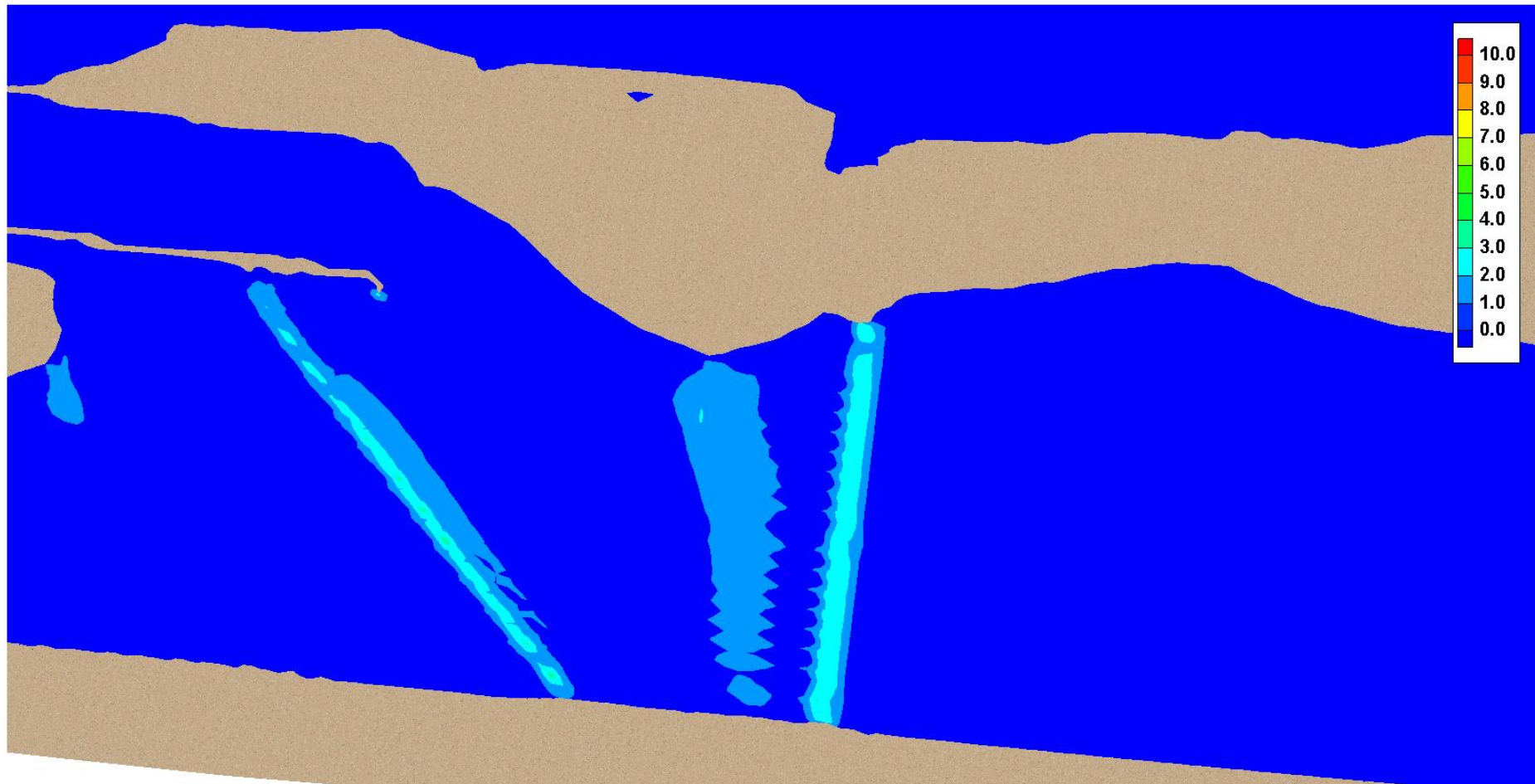


Figura 31: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de entrada al canal y los diques emplazados.

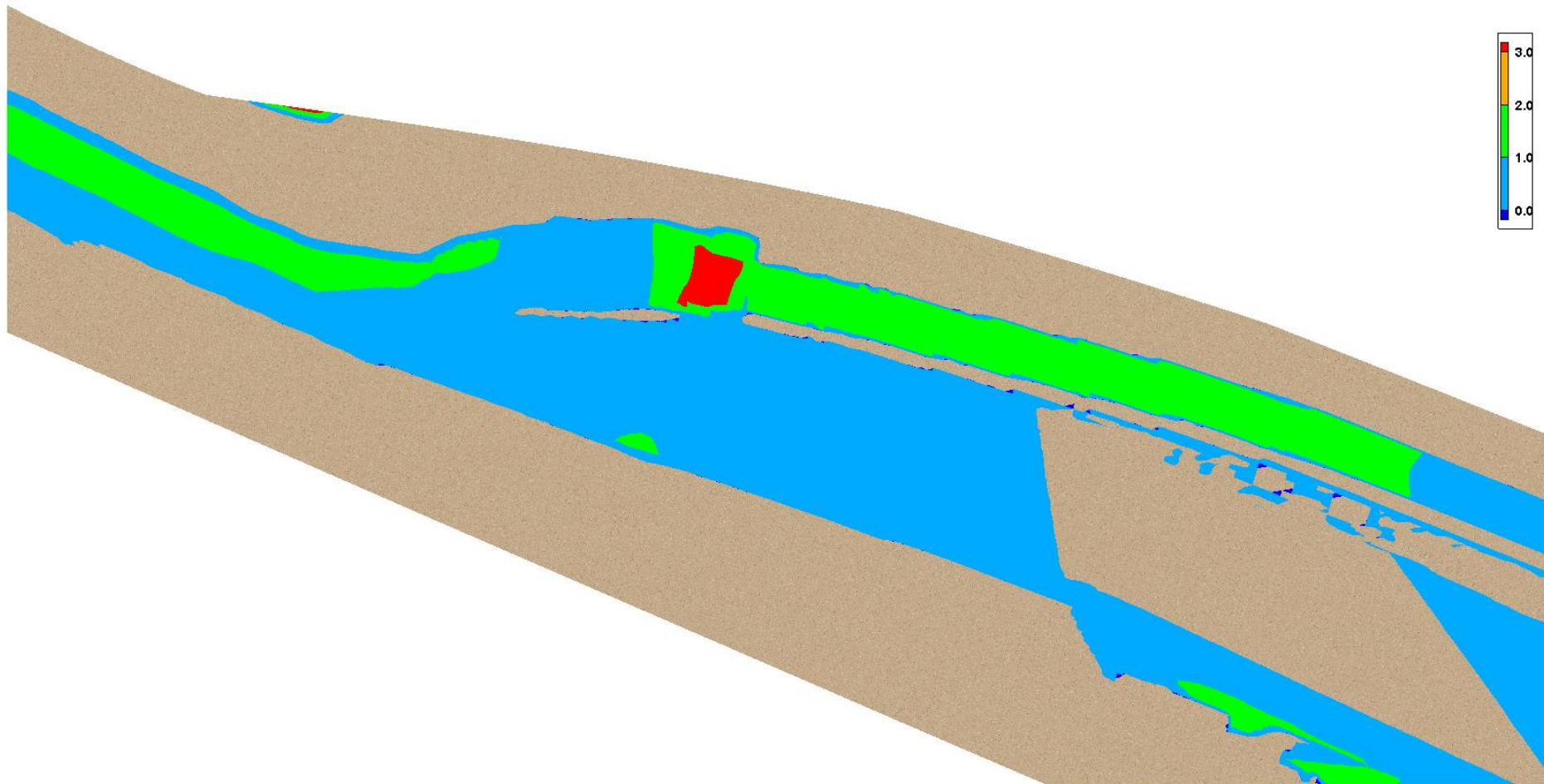


Figura 32: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

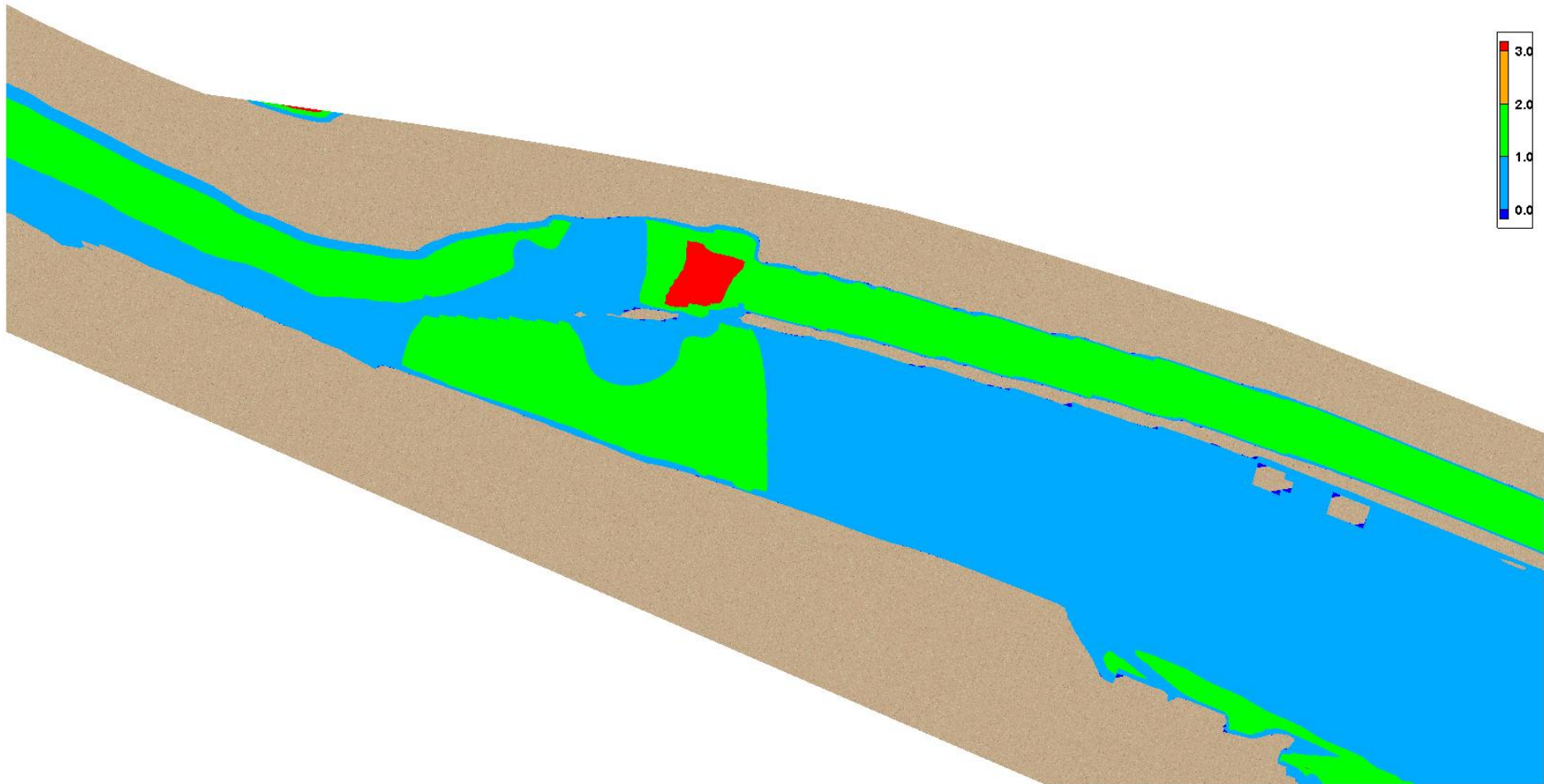


Figura 33: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.





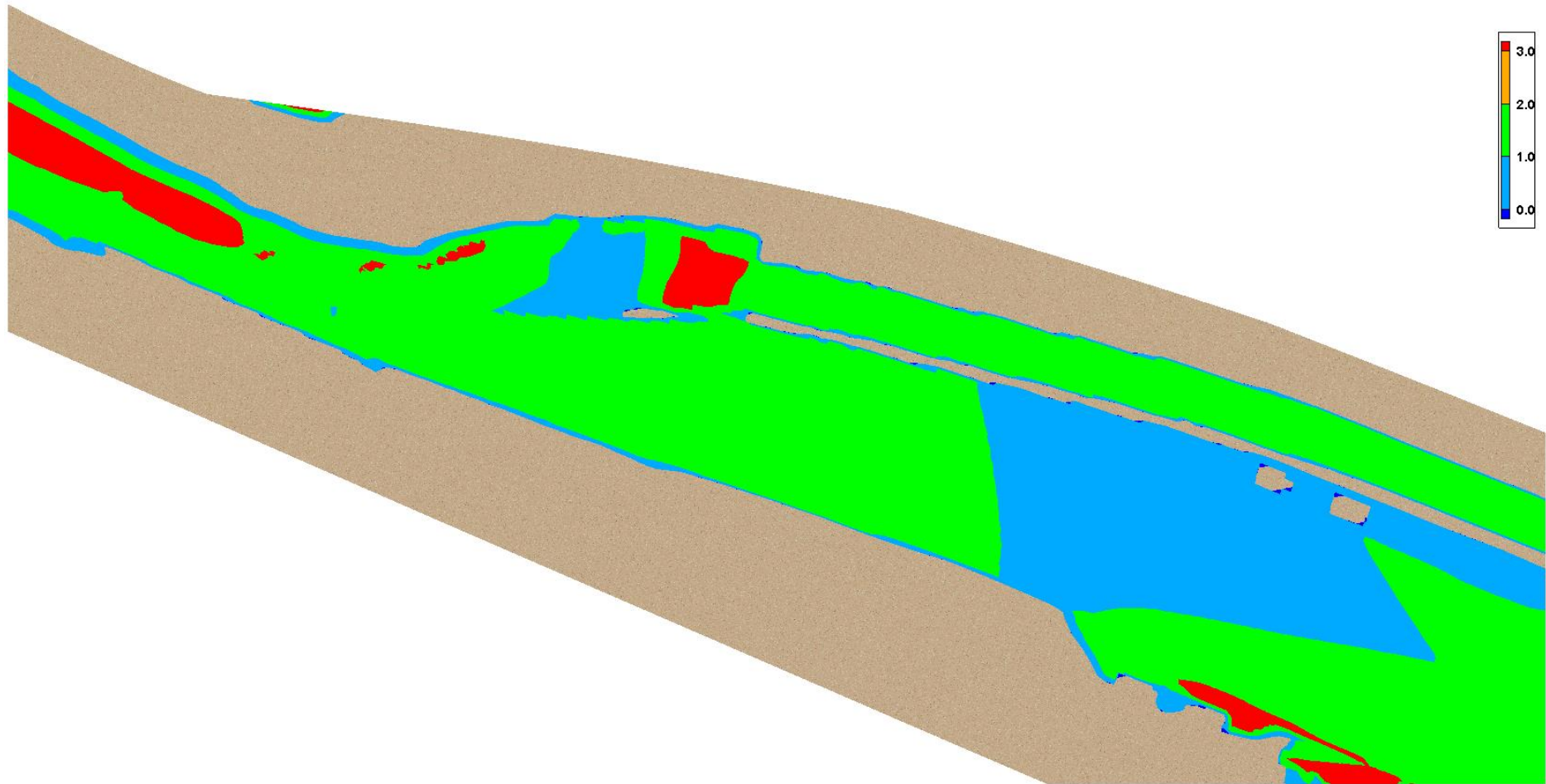


Figura 34: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

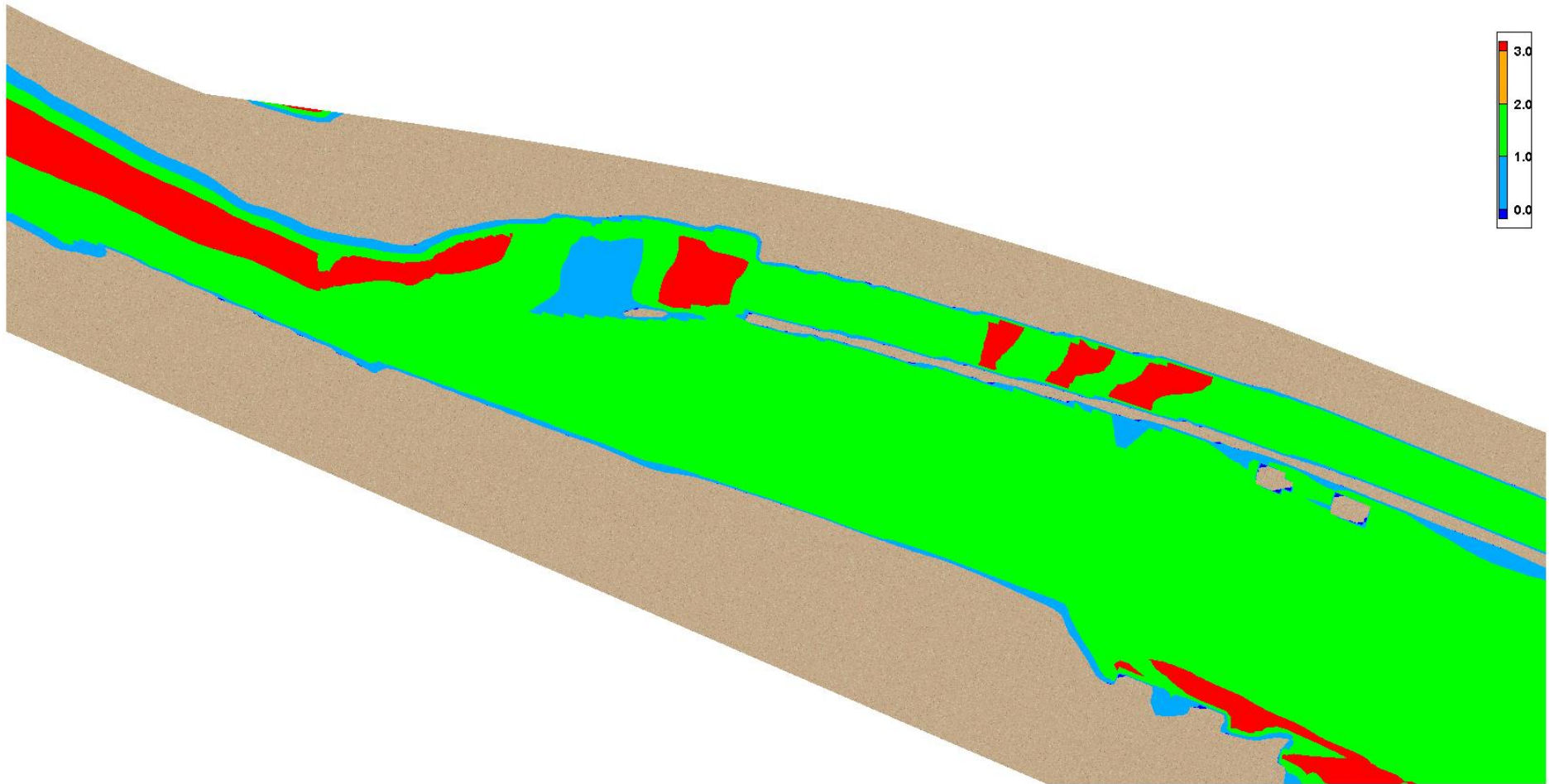


Figura 35: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de  $100 \text{ (m}^3/\text{s)}$  en la zona de salida del canal.

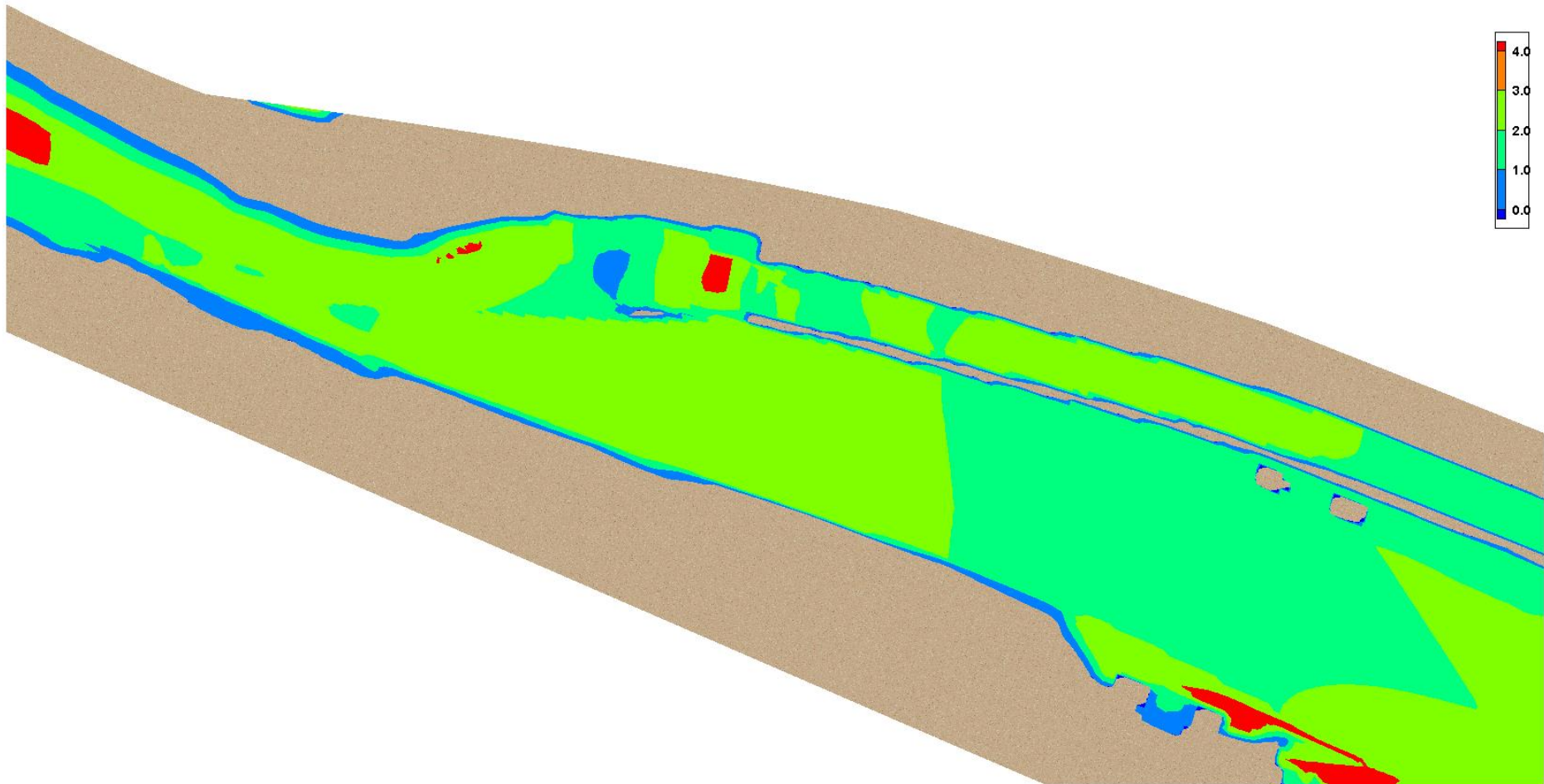


Figura 36: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

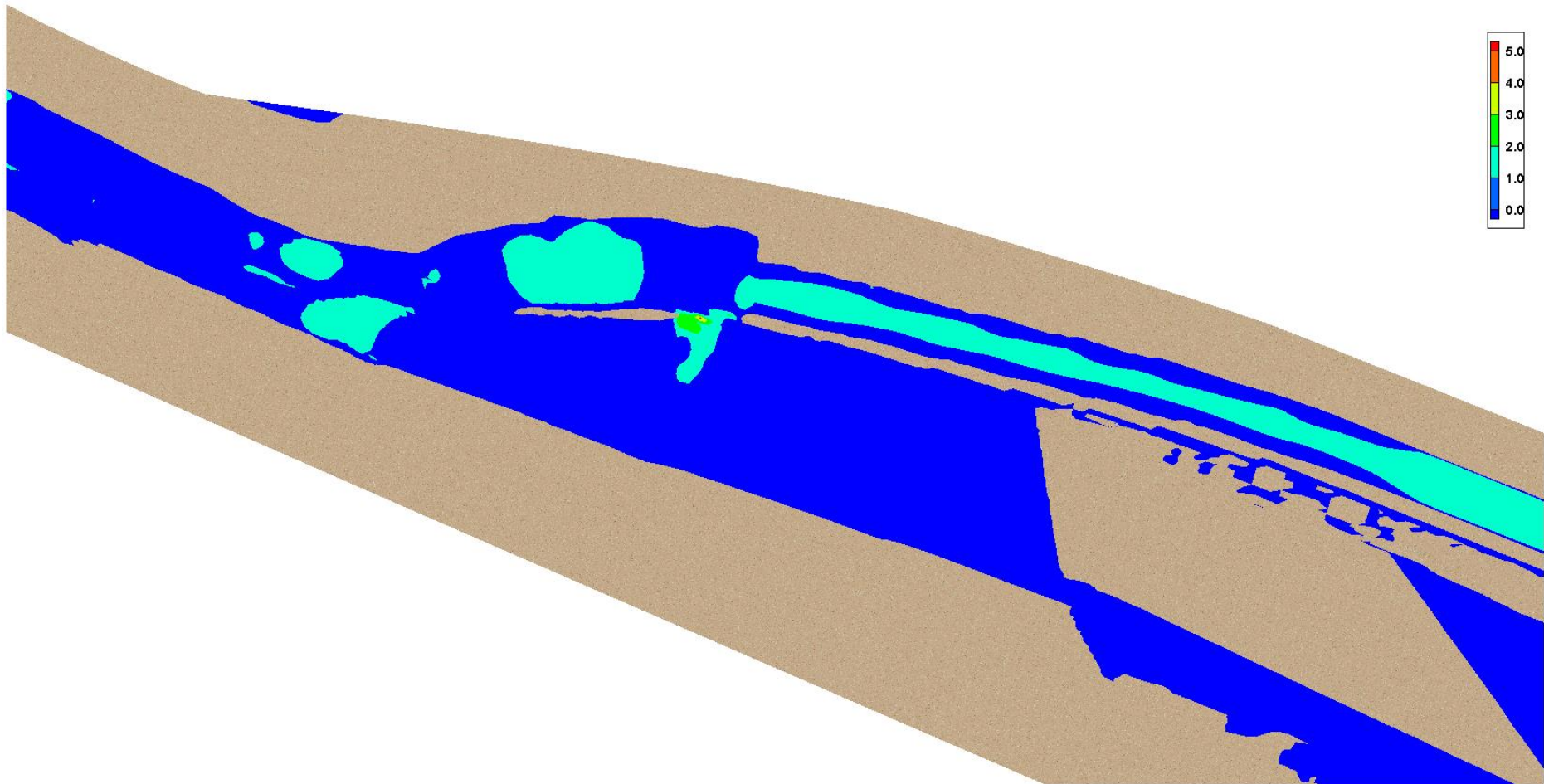


Figura 37: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

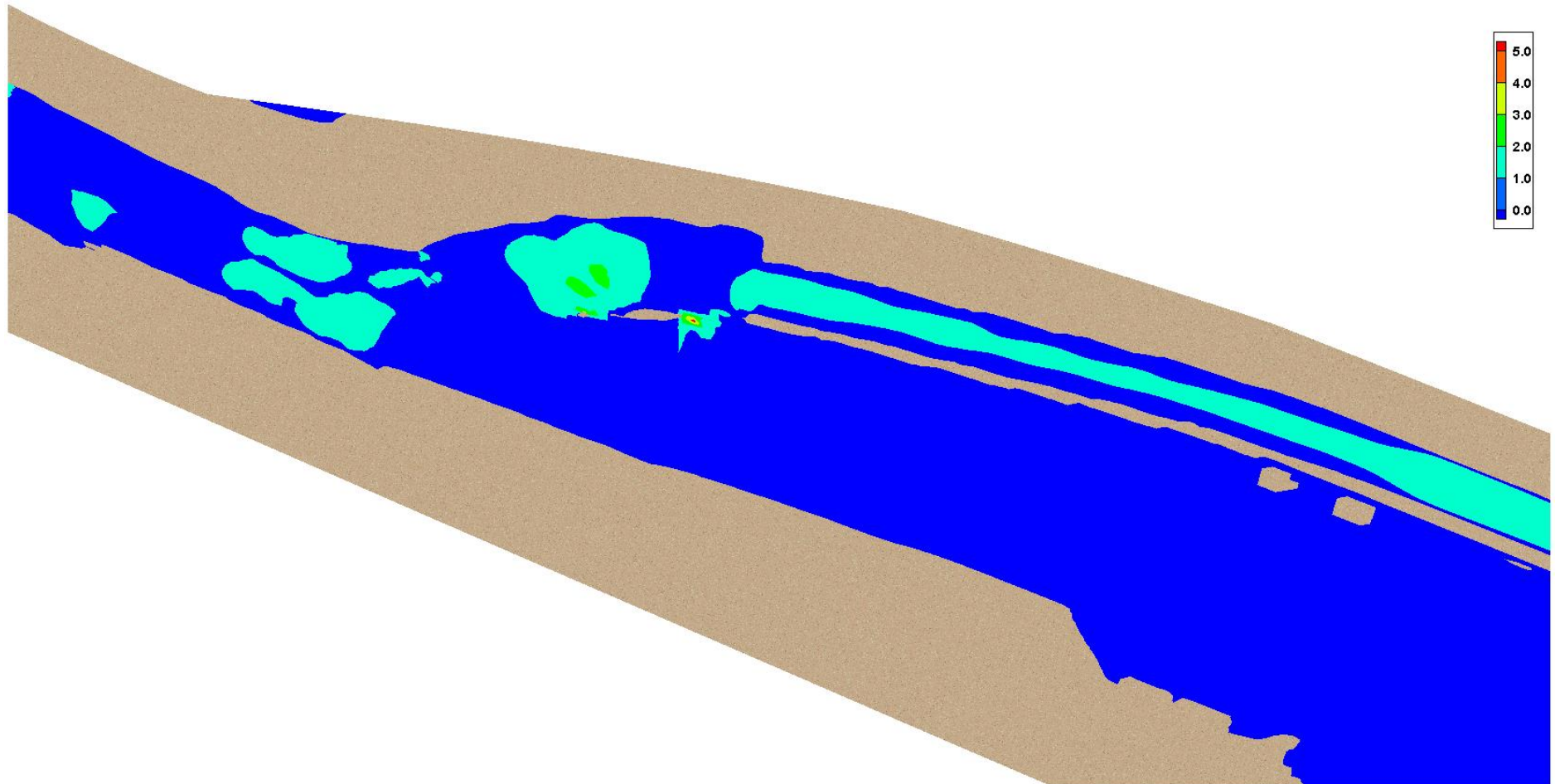


Figura 38: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

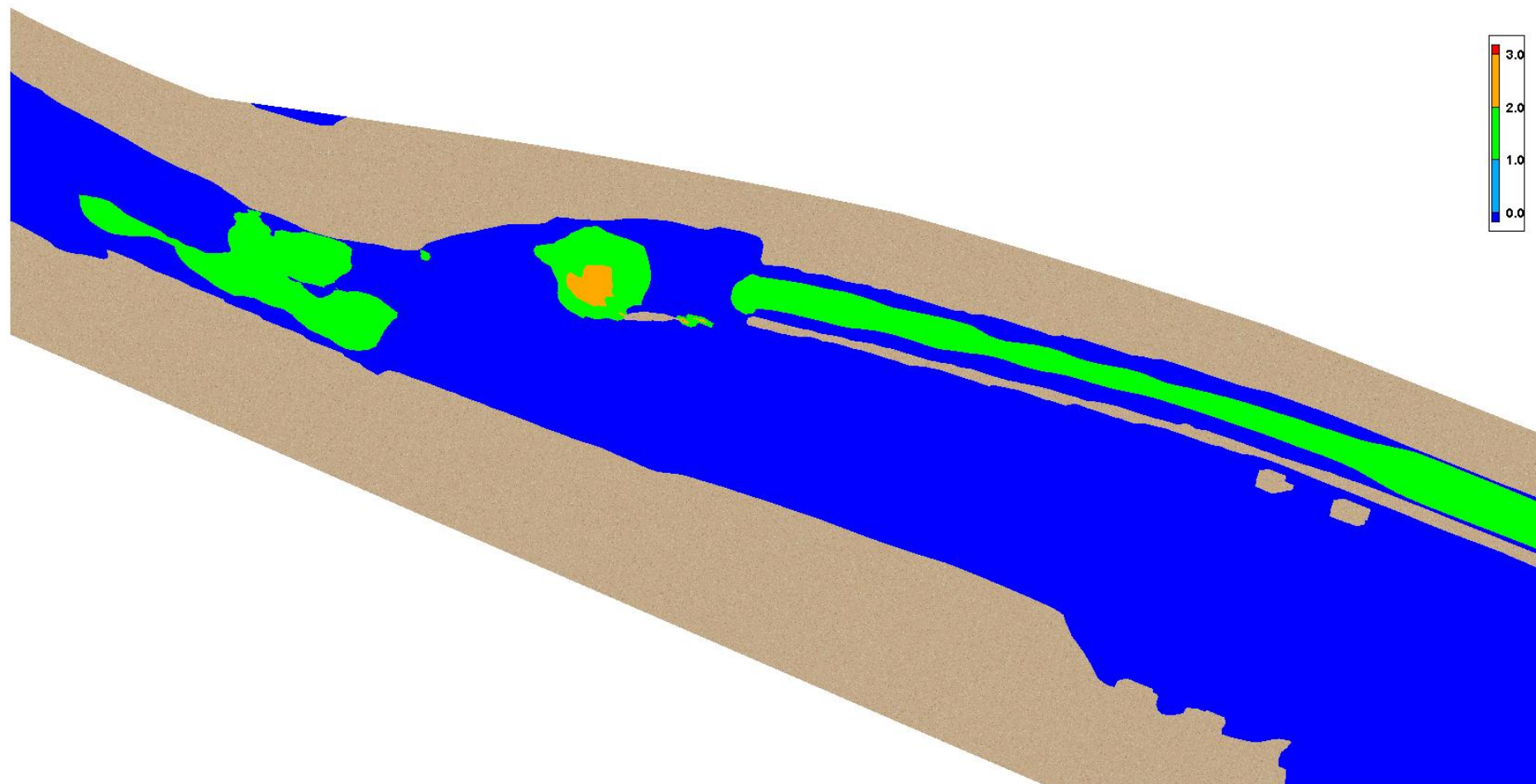


Figura 39: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de  $80 \text{ (m}^3\text{/s)}$  en la zona de salida del canal.

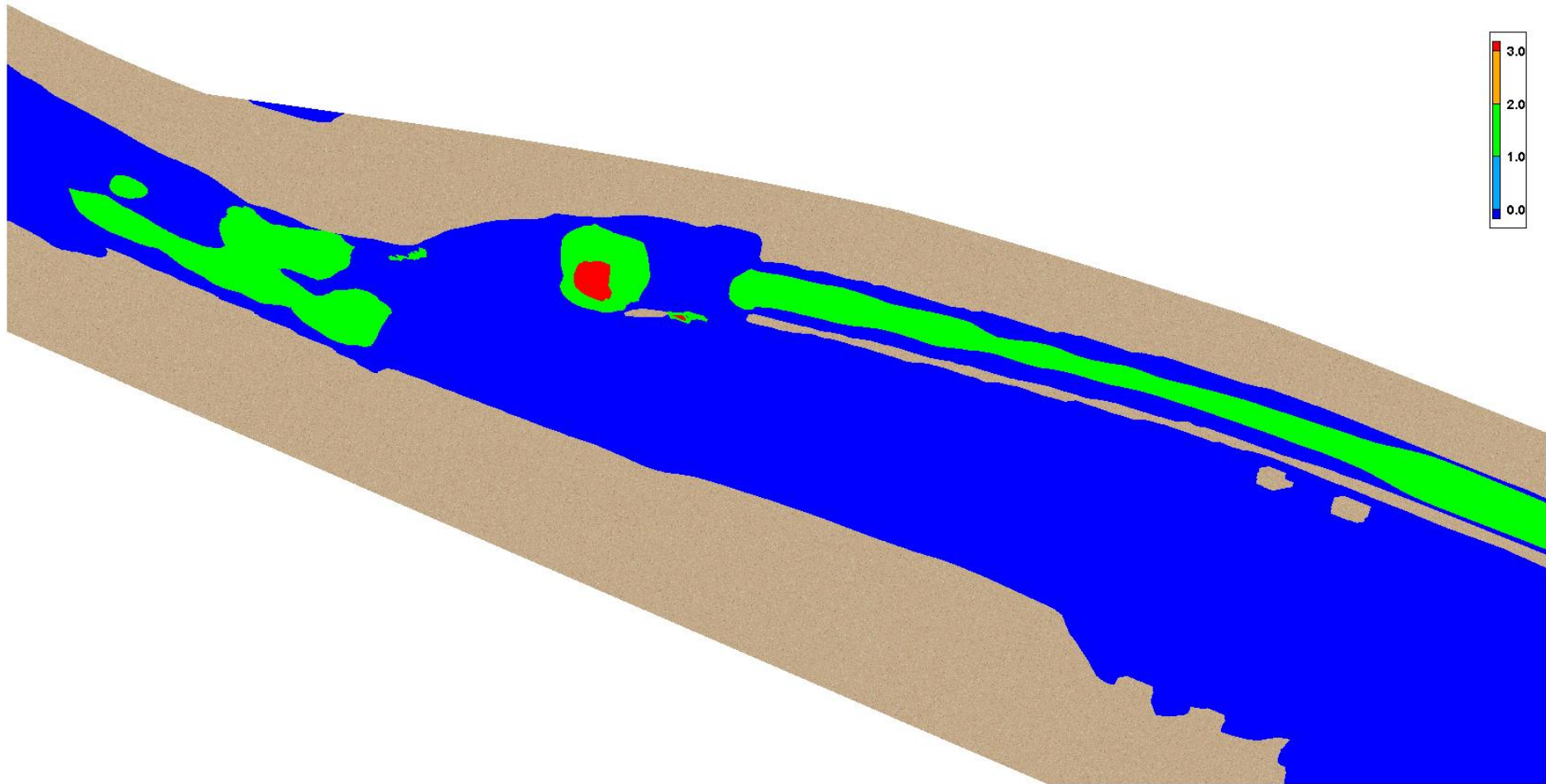


Figura 40: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de  $100 \text{ (m}^3\text{/s)}$  en la zona de salida del canal.



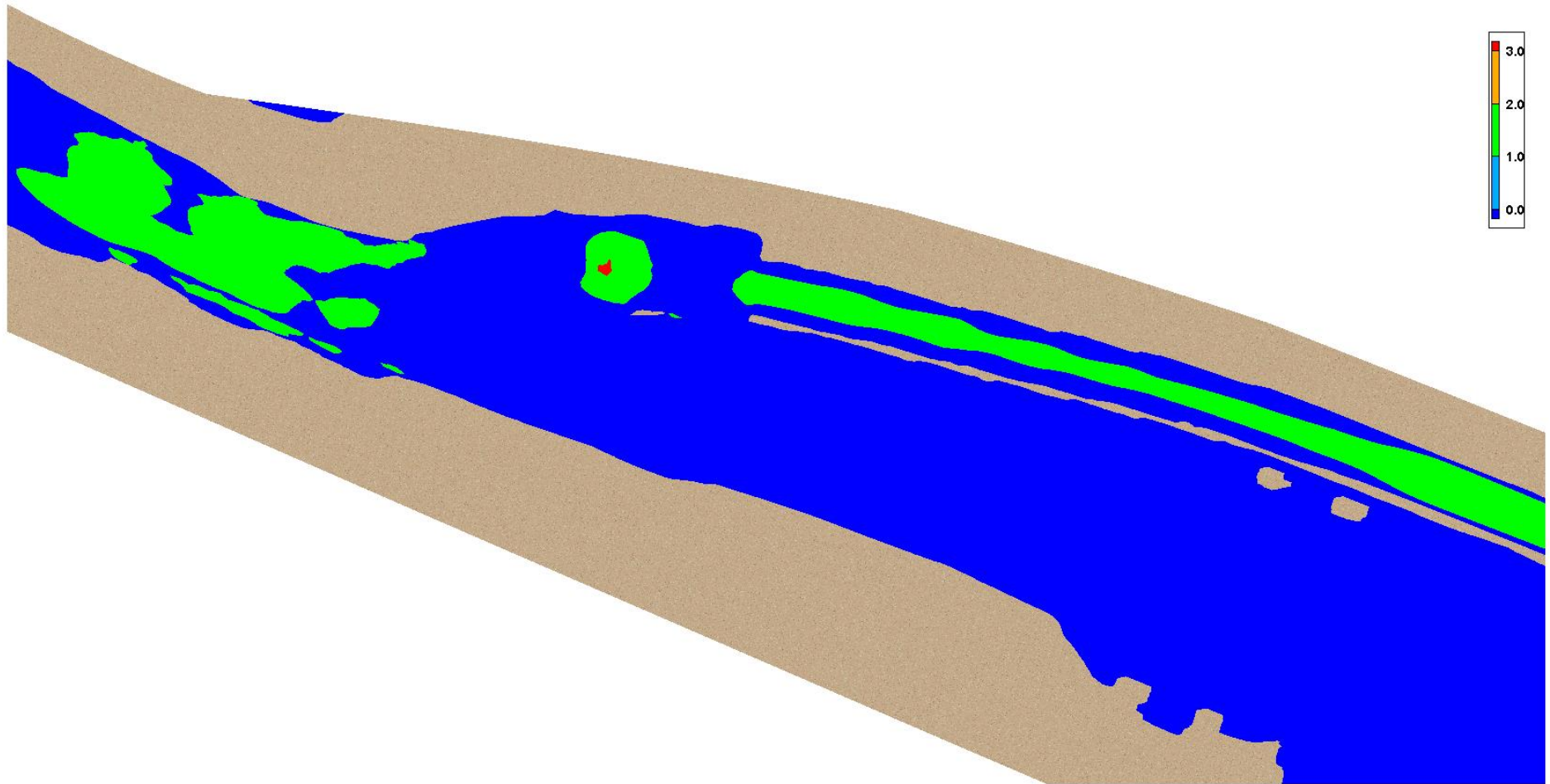


Figura 41: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona de salida del canal.

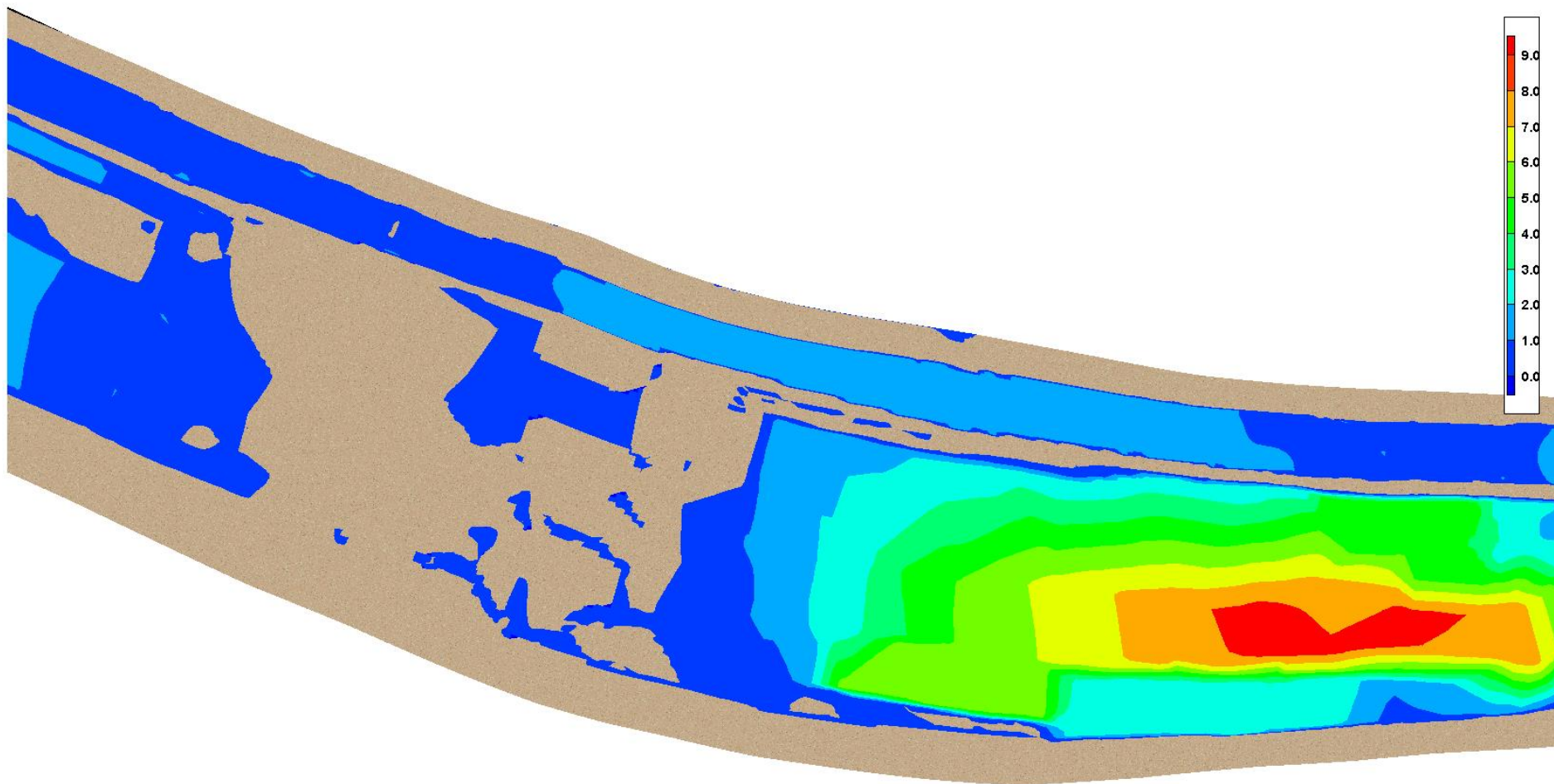


Figura 42: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

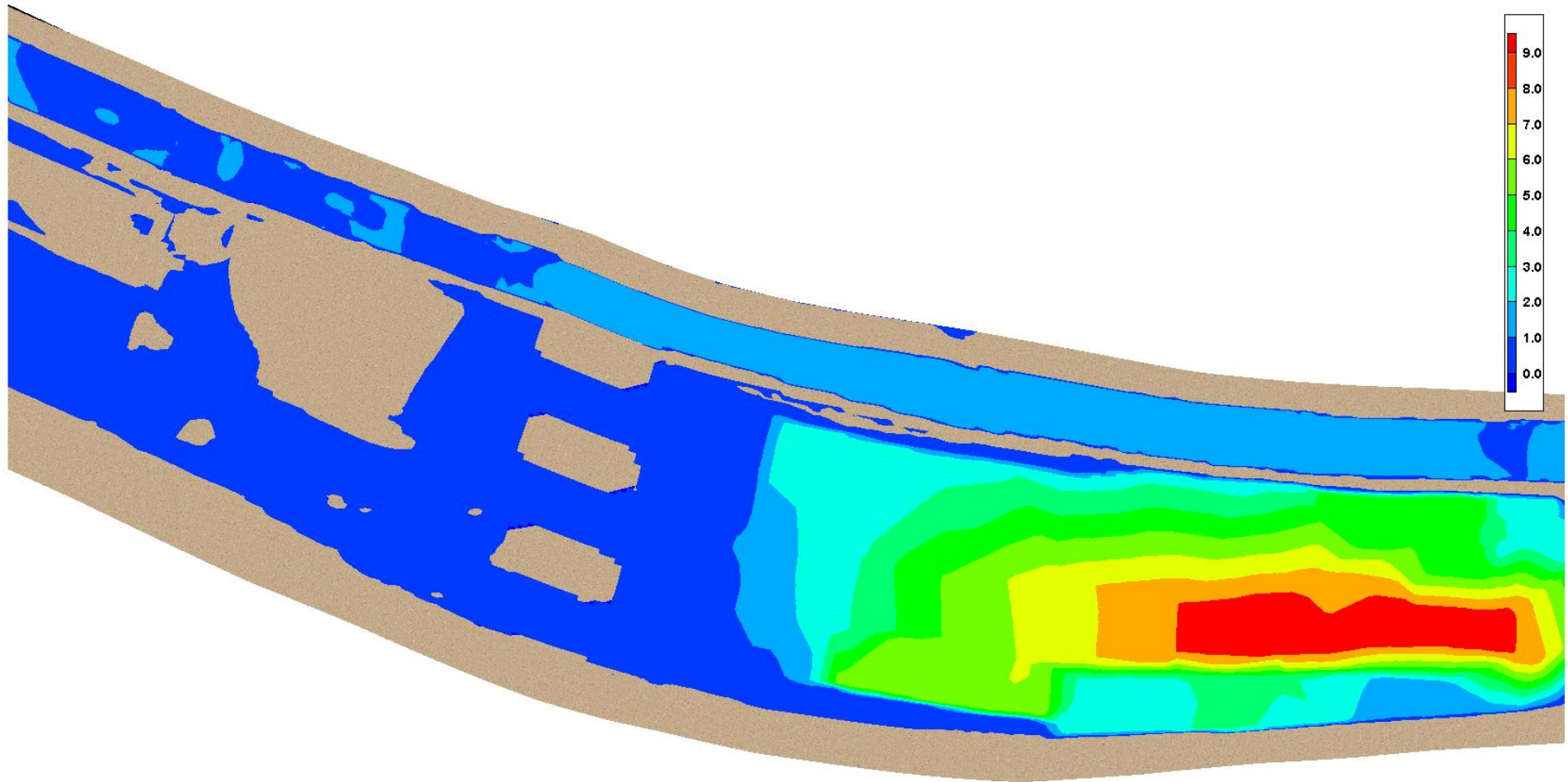


Figura 43: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

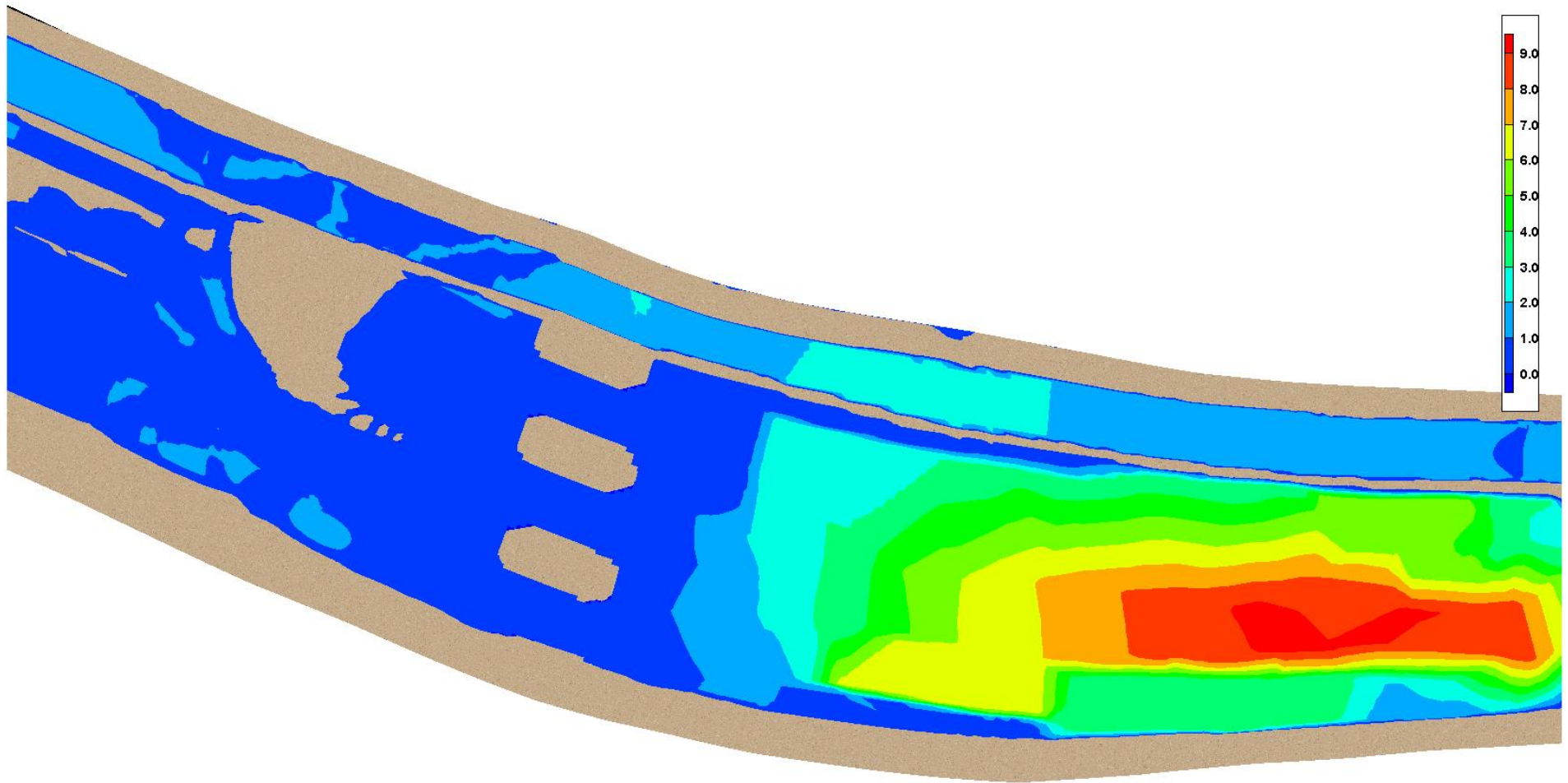


Figura 44: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

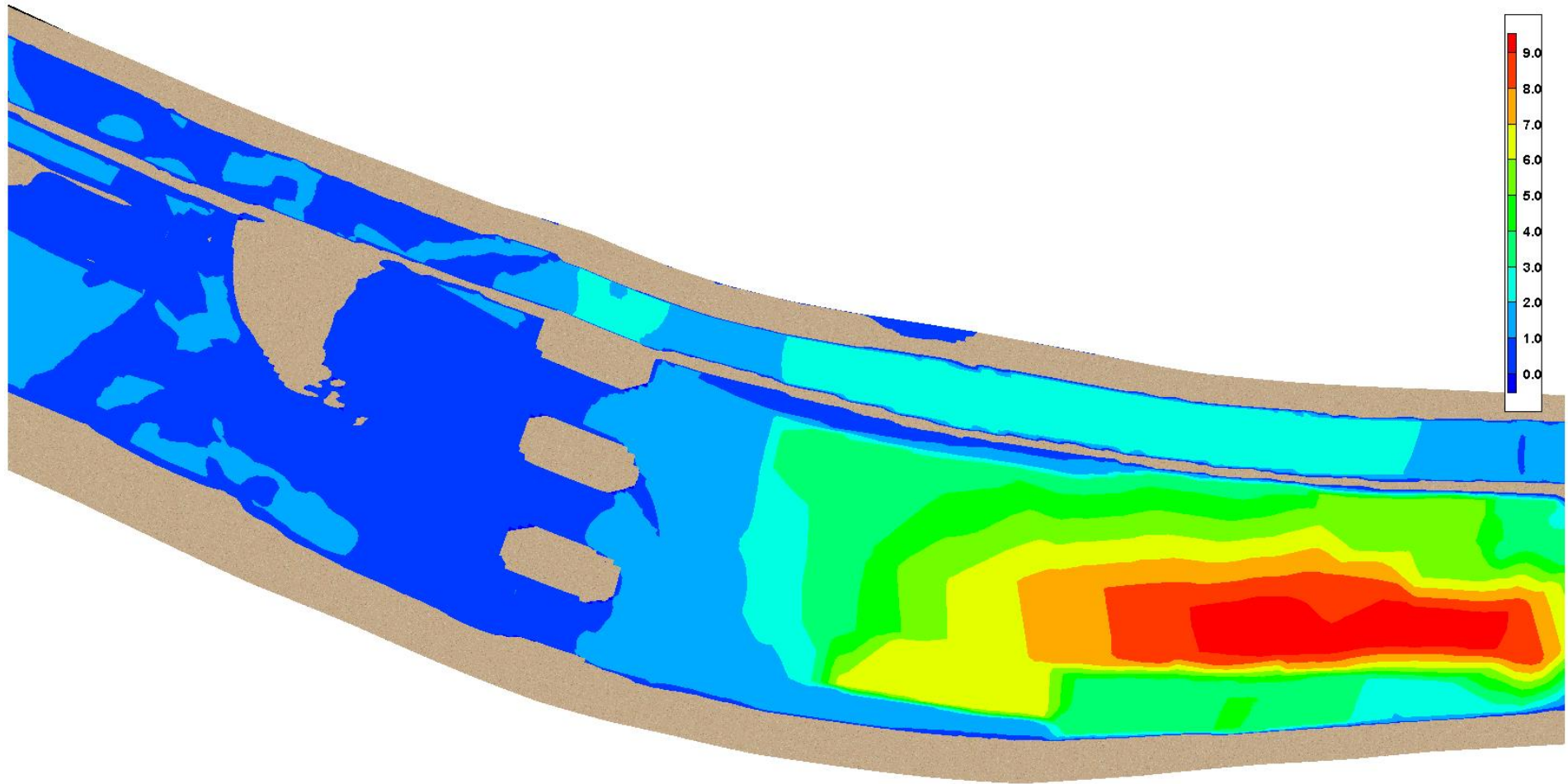


Figura 45: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

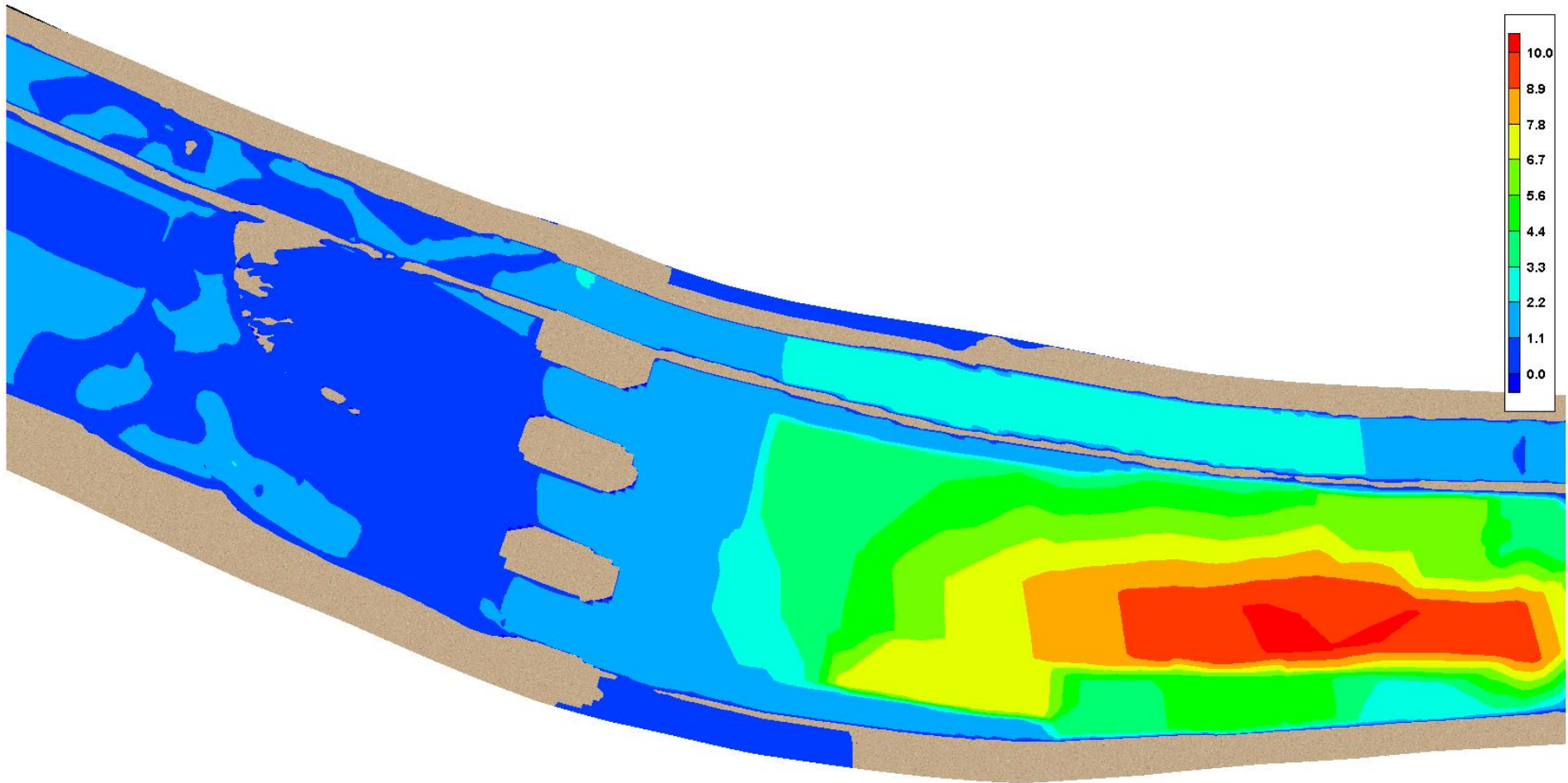


Figura 46: Resultado de la profundidad de flujo (m) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

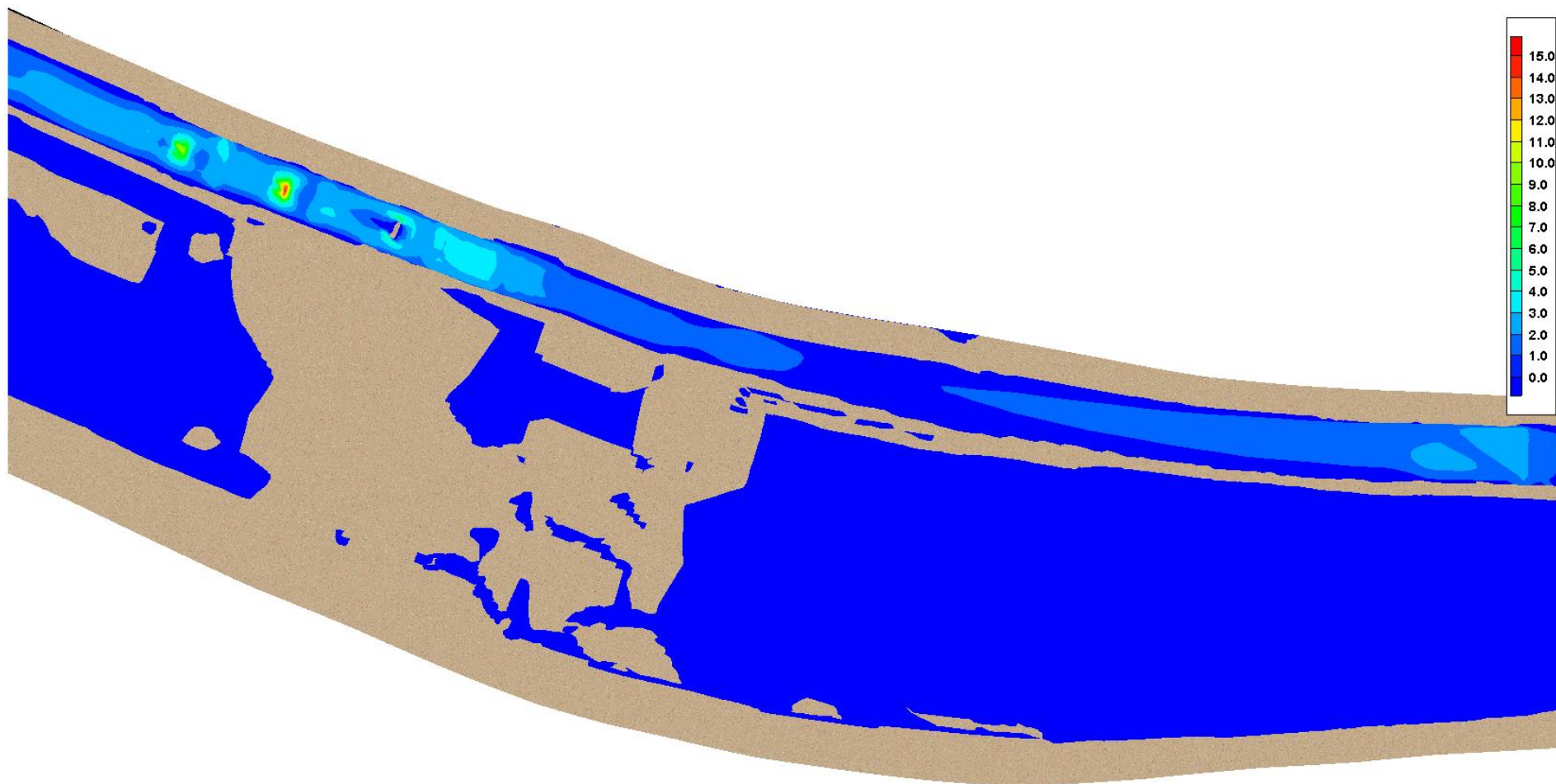


Figura 47: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 30 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

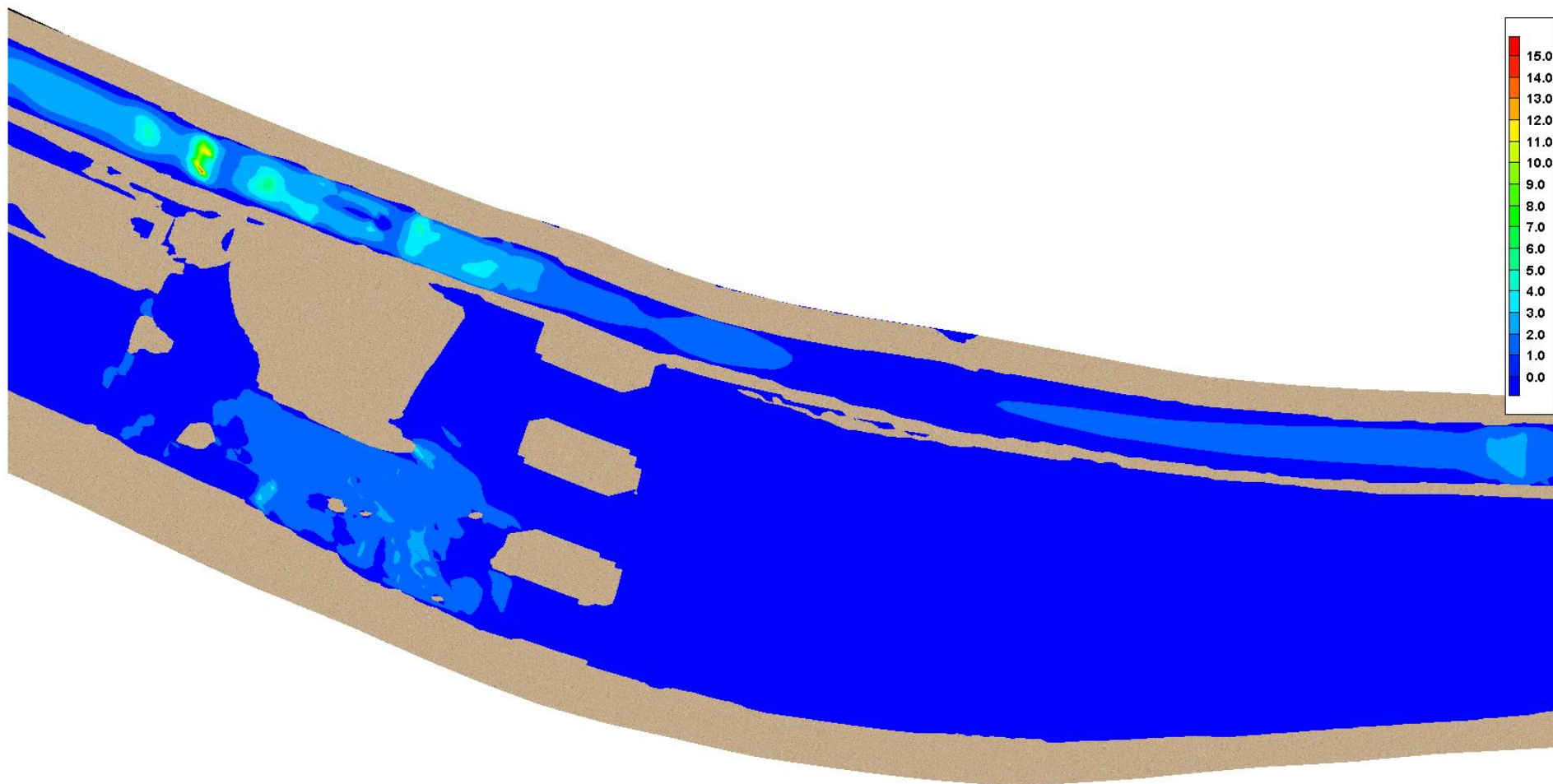


Figura 48: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 50 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.



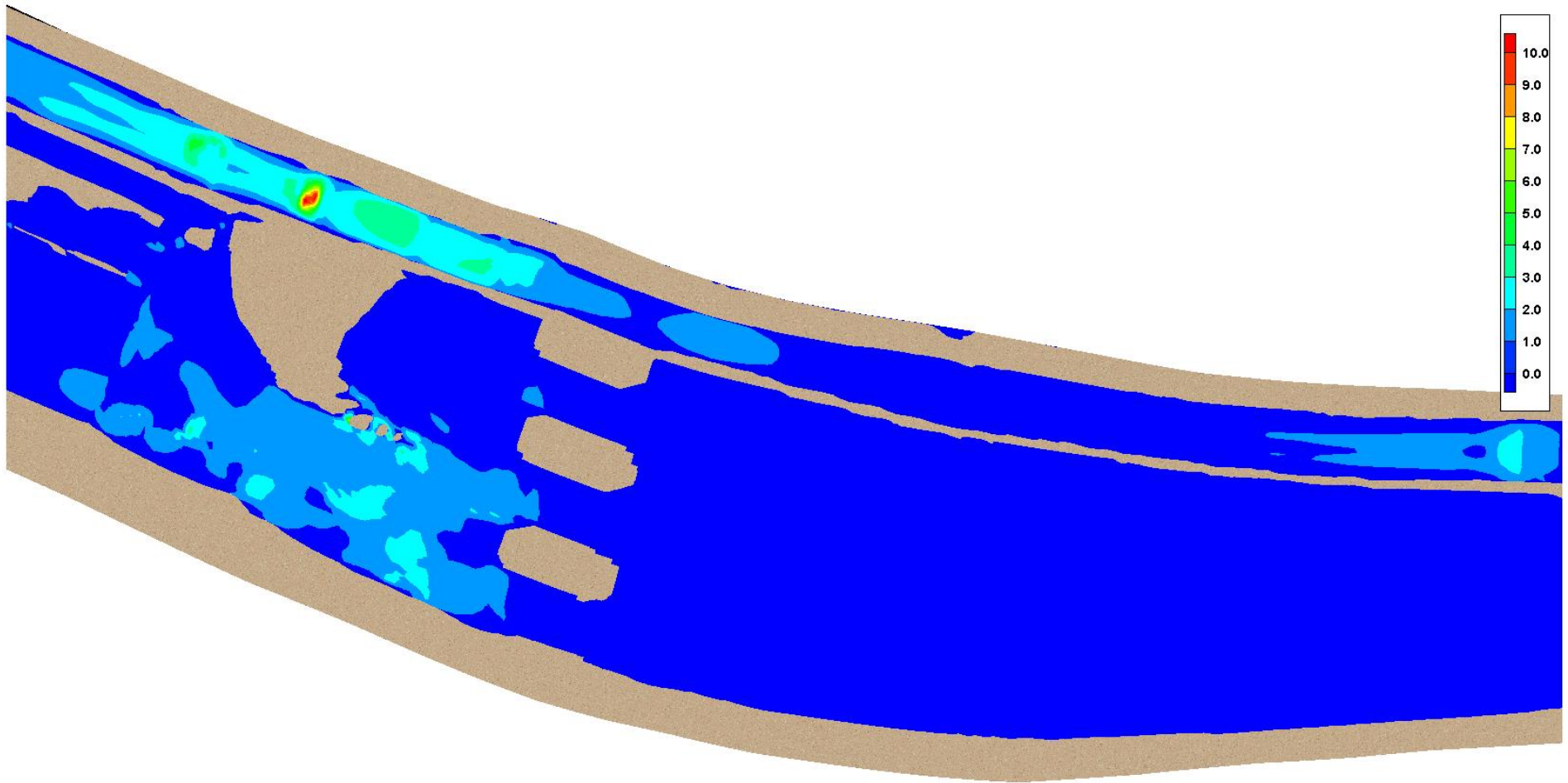


Figura 49: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 80 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

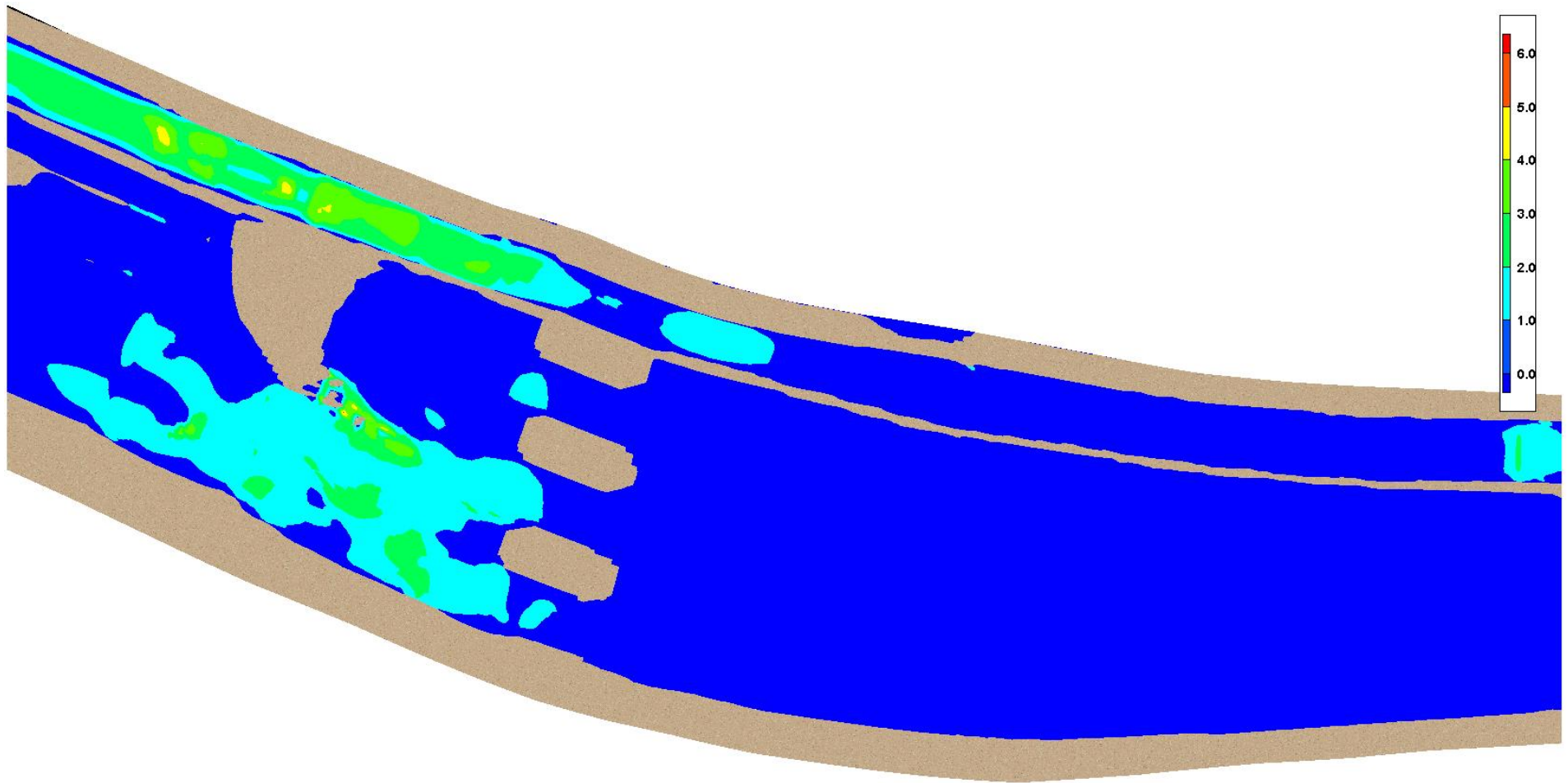


Figura 50: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 100 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

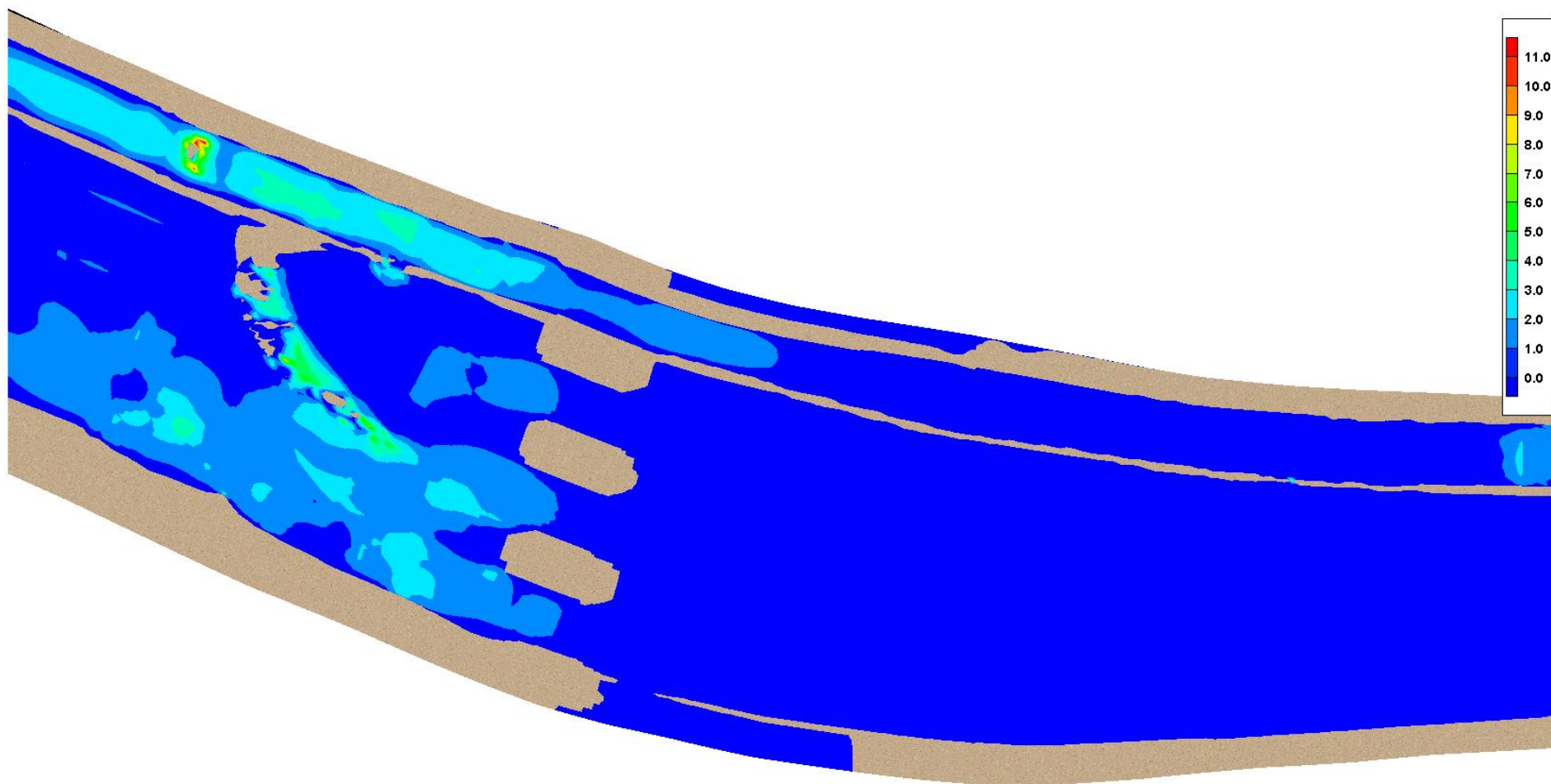


Figura 51: Resultado del régimen de flujo (Froude) para la simulación de un caudal de 160 (m<sup>3</sup>/s) en la zona del puente Trujillo.

#### 7.4 Anexo: Capacidad de transporte de sedimentos

Tabla 6: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Meyer-Peter y Müller (1948).

Q (m <sup>3</sup> /s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
K/K'	0.5936	0.6792	0.7290	0.7633	0.7889	0.8090	0.8253	0.8388	0.8503	0.8601	0.8687	0.8762
$\tau^*$	0.0105	0.0175	0.0234	0.0286	0.0334	0.0378	0.0420	0.0459	0.0496	0.0532	0.0566	0.0599
$\Phi^*$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0011	0.0039	0.0076	0.0117
$g_s$ (Kg/m*s)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3404	1.2333	2.3859	3.7116
$q_s$ (m <sup>3</sup> /m*s)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0009	0.0014

130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250
0.8829	0.8889	0.8942	0.8991	0.9035	0.9076	0.9113	0.9147	0.9178	0.9208	0.9235	0.9260	0.9284
0.0631	0.0662	0.0692	0.0721	0.0749	0.0776	0.0803	0.0829	0.0855	0.0880	0.0904	0.0928	0.0952
0.0163	0.0213	0.0264	0.0317	0.0372	0.0429	0.0486	0.0545	0.0604	0.0664	0.0724	0.0785	0.0847
5.1640	6.7135	8.3399	10.0282	11.7672	13.5482	15.3643	17.2099	19.0804	20.9719	22.8815	24.8063	26.7440
0.0019	0.0025	0.0031	0.0038	0.0044	0.0051	0.0058	0.0065	0.0072	0.0079	0.0086	0.0094	0.0101

Elaboración: Propia.

**Tabla 7: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Einstein (1950).**

Q (m <sup>3</sup> /s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
X	1.0112	1.0116	1.0119	1.0121	1.0122	1.0123	1.0124	1.0124	1.0125	1.0125	1.0126	1.0126
X'	0.1067	0.1066	0.1066	0.1066	0.1066	0.1066	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065
$\beta_x$	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118
B	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253
Y	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
$\delta'$	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$g_s$ (Kg/m*s)	0.0000	0.0000	0.0001	0.0037	0.0355	0.1423	0.3683	0.7333	1.2432	1.8987	2.7133	3.6609
$q_s$ (m <sup>3</sup> /m*s)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0005	0.0007	0.0010	0.0014

130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250
1.0127	1.0127	1.0127	1.0128	1.0128	1.0128	1.0128	1.0129	1.0129	1.0129	1.0129	1.0129	1.0130
0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065	0.1065
0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118	0.9118
1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253	1.0253
0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.7564	5.9769	7.3285	8.8249	10.4387	12.1593	13.9757	15.9401	17.9864	20.1391	22.3927	24.7010	27.1379
0.0018	0.0023	0.0028	0.0033	0.0039	0.0046	0.0053	0.0060	0.0068	0.0076	0.0085	0.0093	0.0102

**Tabla 8: Capacidad de transporte de sedimentos de fondo evaluada con el método de Rickenmann (1991).**

Q (m <sup>3</sup> /s)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$\theta_{cr}$	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500
$\theta$	0.0082	0.0147	0.0203	0.0255	0.0304	0.0349	0.0392	0.0434	0.0473	0.0511	0.0547	0.0583
Fr	0.3903	0.4916	0.5574	0.6062	0.6449	0.6768	0.7040	0.7275	0.7482	0.7666	0.7832	0.7983
$\Phi^*$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0006	0.0027	0.0049
$g_s$ (Kg/m <sup>3</sup> s)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1841	0.8401	1.5425
$q_s$ (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> s)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006

130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250
0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500	0.0500
0.0617	0.0650	0.0683	0.0714	0.0745	0.0775	0.0805	0.0834	0.0862	0.0890	0.0917	0.0944	0.0970
0.8121	0.8248	0.8365	0.8474	0.8576	0.8672	0.8762	0.8846	0.8926	0.9002	0.9075	0.9143	0.9209
0.0072	0.0097	0.0123	0.0149	0.0177	0.0205	0.0234	0.0263	0.0293	0.0324	0.0355	0.0386	0.0418
2.2857	3.0650	3.8765	4.7167	5.5830	6.4727	7.3839	8.3147	9.2635	10.2289	11.2095	12.2043	13.2123
0.0009	0.0012	0.0015	0.0018	0.0021	0.0024	0.0028	0.0031	0.0035	0.0039	0.0042	0.0046	0.0050

**Elaboración: Propia.**