



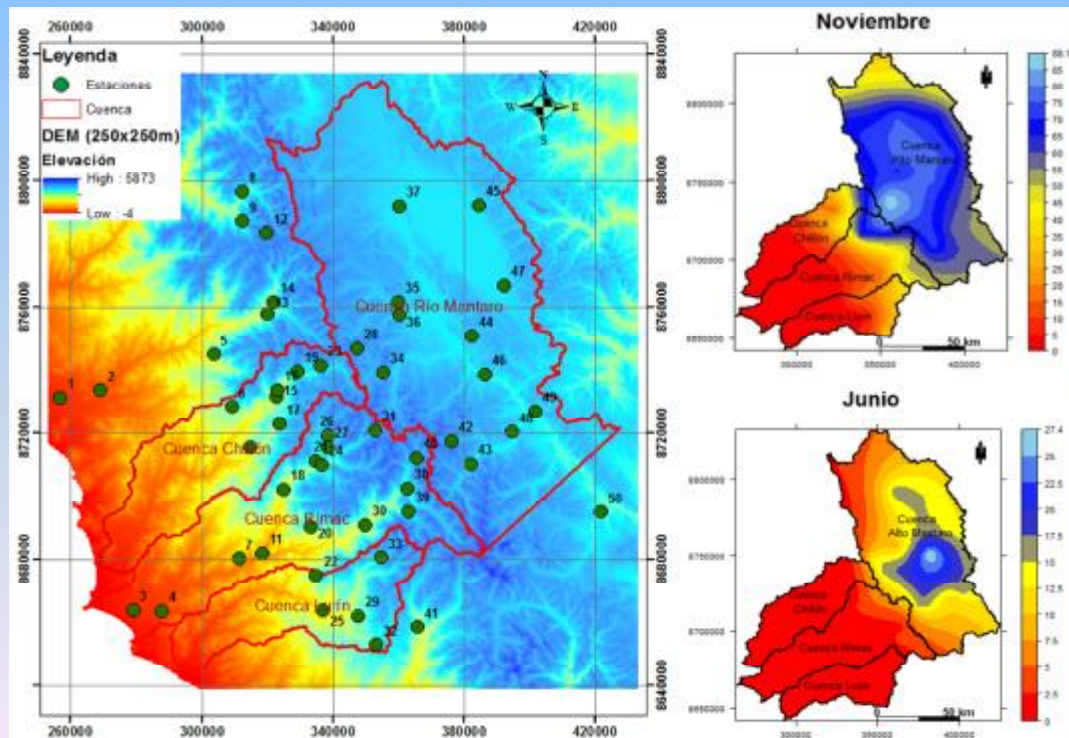
PERÚ

Ministerio  
del Ambiente

Servicio Nacional de  
Meteorología e Hidrología  
del Perú - SENAMHI

# ANÁLISIS COMPARATIVO DE MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL PARA LA ELABORACIÓN DE MAPAS CLIMÁTICOS DE PRECIPITACIÓN

## Cuencas Chillón, Rímac, Lurín y Parte alta del Mantaro



DICIEMBRE - 2014



## **DIRECTORIO**

Presidenta Ejecutiva del SENAMHI

Ing. Amelia Díaz Pabló

Director Científico

Ing. Esequiel Villegas Paredes

Director General de Hidrología y Recursos Hídricos

Ing. Oscar G. Felipe Obando

## **RESPONSABLES DE LA ELABORACION**

Especialista en Hidrología

Ing. Carlos Fernández Palomino

Director de Hidrología Aplicada

Dr. Waldo Sven Lavado Casimiro

## **REVISIÓN Y EDICIÓN**

Ing. Oscar G. Felipe Obando

Bach. Miriam R. Casaverde Riveros

**SETIEMBRE – 2014**  
**LIMA - PERÚ**

## ÍNDICE

	Pág.
I. INTRODUCCIÓN .....	1
II. OBJETIVOS .....	1
2.1 Objetivo general .....	1
2.2 Objetivos específicos .....	1
III. MARCO TEÓRICO .....	2
3.1 Introducción a análisis espacial de precipitación .....	2
3.2 Estadística espacial .....	3
3.3 Enfoques para la espacialización de la precipitación .....	3
3.3.1 Métodos deterministas: .....	3
3.3.2 Métodos estocásticos: .....	4
3.4 Métodos a evaluar .....	4
3.4.1 Método de ponderación inverso a la distancia (IDW).....	4
3.4.2 Kriging Ordinario (KO) .....	5
3.4.3 Co-kriging (Co-Ko) .....	5
3.4.4 Kriging con deriva externa (KED).....	8
IV. MATERIALES Y METODOLOGÍA .....	10
4.1 Zona de estudio .....	10
4.2 Información utilizada .....	11
4.2.1 Precipitación promedio mensual periodo 1981 -2010 .....	11
4.3 Metodología .....	15
4.3.1 Análisis Exploratorio de Datos .....	15
4.3.2 Análisis Estructural .....	15
4.3.3 Estimación Espacial .....	17
V. RESULTADOS .....	18
5.1 Análisis de los datos espaciales de Precipitación .....	18
5.1.1 Gráficos de histogramas .....	18
5.1.2 Gráficos de nube de semivariancia .....	20
5.2 Relación de precipitación versus elevación.....	22
5.3 Análisis estructural.....	24
5.3.1 Análisis estructural KO.....	24

5.3.2	Análisis estructural KED .....	25
5.3.3	Análisis estructural Co-Ko.....	25
5.4	Interpolación espacial.....	26
5.5	Validación cruzada .....	27
5.5.1	Validación cruzada DIW.....	27
5.5.2	Validación cruzada KO .....	29
5.5.3	Validación cruzada KED .....	30
5.5.4	Validación cruzada Co-Ko .....	31
5.5.5	Decisión de la mejor técnica de interpolación .....	32
5.6	Mapas de precipitación .....	41
VI.	CONCLUSIONES .....	58
VII.	BIBLIOGRAFIA .....	59

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Mapa de ubicación de las cuencas de estudio. ....	11
<b>Figura 2.</b> Distribución espacial de las estaciones utilizadas ubicadas en el entorno regional de las cuencas de los ríos Rímac, Chillón y Lurín y parte alta de Mantaro, de fondo se muestra el modelo digital de elevación a una resolución de 250m.....	12
<b>Figura 3.</b> Diagrama de flujo de la metodología para la interpolación espacial .....	18
<b>Figura 4.</b> Gráfica de histograma de frecuencias de precipitación promedio multimensual (mm), de las estaciones que se encuentran en las cuencas del río Rímac, Chillón y Lurín .....	19
<b>Figura 5.</b> Gráfica de histograma de frecuencias de elevación (msnm) a una resolución de 250 m., del entorno regional de las cuencas del río Rímac, Chillón Lurín y parte alta de Mantaro.....	20
<b>Figura 6.</b> Gráfica de nube de semivariancia de precipitación para cada mes.....	21
<b>Figura 7.</b> Gráfica de nube de semivariancia de precipitación para cada estación del año.....	21
<b>Figura 8.</b> Gráfica de relación de precipitación mensual promedio multianual [1981- 2010] versus elevación [resolución 250 m] para cada mes ....	22
<b>Figura 9.</b> Gráfica de relación de precipitación estacional promedio multianual [1981 - 2010] versus elevación [resolución 250 m] para cada estación del año.....	23
<b>Figura 10.</b> Gráfica de relación de precipitación promedio multianual [1981 - 2010] versus elevación [resolución 250 m].....	23
<b>Figura 11.</b> Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas para enero. a) Nube de semivariancia de precipitación. b) Semivariograma experimental. c) ajuste de semivariograma experimental por el modelo teórico exponencial.....	24
<b>Figura 12.</b> Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas residuales para diciembre. a) Nube de semivariancia de precipitación. b) Semivariograma residual experimental. c) Ajuste de semivariograma residual experimental por el modelo teórico Gaussiano .....	25
<b>Figura 13.</b> Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas para Febrero. a) Nube de semivariancias. b) Ajuste de semivariograma experimental para cada variable y para el semivariograma cruzado por el modelo teórico Gaussiano .....	26
<b>Figura 14.</b> Esquema de regionalización espacial de precipitación a partir de puntos de control conocido.....	27
<b>Figura 15.</b> Validación cruzada: Coeficientes de determinación – DIW.....	28
<b>Figura 16.</b> Validación cruzada: RECM – DIW .....	28
<b>Figura 17.</b> Validación cruzada – KO: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma. ....	29
<b>Figura 18.</b> Validación cruzada – KO: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma. Fuente: Elaboración propia .....	29

<b>Figura 19.</b> Validación cruzada – KED: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma residual.....	30
<b>Figura 20.</b> Validación cruzada – KED: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma residual.....	30
<b>Figura 21.</b> Validación cruzada – Co-Ko: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma cruzado.....	31
<b>Figura 22.</b> Validación cruzada – Co-Ko: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma cruzado. ....	31
<b>Figura 23.</b> Comparación de técnicas de interpolación según el coeficiente de determinación para cada mes.....	32
<b>Figura 24.</b> Comparación de técnicas de interpolación según la RECM en mm para cada mes. ....	33
<b>Figura 25.</b> Modelo de ajuste de semivariograma cruzado para cada estación del año y el anual .....	36
<b>Figura 26.</b> Modelo de ajuste de semivariograma cruzado para cada mes.....	37
<b>Figura 27.</b> Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm (enero – junio). ....	38
<b>Figura 28.</b> Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm (julio – diciembre). ....	39
<b>Figura 29.</b> Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm para las estaciones del año y anual. ....	40
<b>Figura 30.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [enero 1981 – 2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	41
<b>Figura 31.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Febrero 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.....	42
<b>Figura 32.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Marzo 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	43
<b>Figura 33.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Abril 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	44
<b>Figura 34.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Mayo 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	45
<b>Figura 35.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Junio 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	46
<b>Figura 36.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Julio 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	47

<b>Figura 37.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Agosto 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	48
<b>Figura 38.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Setiembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia.....	49
<b>Figura 39.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Octubre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.....	50
<b>Figura 40.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Noviembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.....	51
<b>Figura 41.</b> Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Diciembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.....	52
<b>Figura 42.</b> Arriba: Mapa de precipitación promedio de verano en mm [DEF 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. ....	53
<b>Figura 43.</b> Arriba: Mapa de precipitación promedio de otoño en mm [MAM 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	54
<b>Figura 44.</b> Arriba: Mapa de precipitación promedio de invierno en mm [JJA 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial .....	55
<b>Figura 45.</b> Arriba: Mapa de precipitación promedio de primavera en mm [JJA 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.....	56
<b>Figura 46.</b> Arriba: Mapa de precipitación promedio anual en mm [1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm <sup>2</sup> ) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. ....	57

## **LISTA DE CUADROS**

Tabla 1. Estaciones utilizadas y ubicadas en el entorno regional de las cuencas de los ríos Rímac, Chillón y Lurín.....	13
Tabla 2.. Parámetros de semivariograma cruzado de precipitación – elevación .....	34
Tabla 3.. Parámetros de semivariograma de precipitación.....	35
Tabla 4.. Parámetros de semivariograma de elevación .....	35



## I. INTRODUCCIÓN

Dentro de las líneas de investigación que viene desarrollando la Dirección General de Hidrología y Recursos Hídricos del SENAMHI se encuentra el tema vinculado a la evaluación de métodos de interpolación espacial para la elaboración de mapas hidroclimáticos de cuencas, en ese contexto se ha programado para el presente año en el POI-2014 el desarrollo del presente trabajo de investigación denominado “ Análisis comparativo de métodos de interpolación espacial para la elaboración de mapas climáticos de Precipitación”.

El trabajo hace una rigurosa aplicación de diferentes métodos de interpolación espacial seleccionados, para ello se ha evaluado su eficiencia estadística con fines de identificar el mejor modelo que representa la variabilidad espacio-espacial de la precipitación en la zona de estudio. Entre las técnicas de interpolación empleadas se menciona la distancia inversa ponderado (IDW), Kriging Ordinario, Kriging con deriva externa (KED) y Co-Kriging (CoKo). El periodo definido para la caracterización de la climatología de la precipitación mensual corresponde a las últimas tres décadas entre 1981 a 2010. Los datos utilizados para la elaboración del producto corresponden a las estaciones emplazadas en el entorno regional de las cuencas Chillón, Rímac, Lurín y parte alta de Mantaro y fueron proporcionados por SENAMHI y SEDAPAL. Estos datos cumplen el control de calidad y fueron homogenizados y consistenciados en estudios previos.

## II. OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo general

Elaborar los mapas climáticos de la precipitación mensual y anual en las cuencas del Chillón, Rímac, Lurín y parte alta de Mantaro mediante una adecuada selección del modelo de interpolación espacial, evaluado a través de indicadores de desempeño estadístico.

### 2.2 Objetivos específicos

- Realizar el análisis comparativo de los métodos de interpolación mediante indicadores de desempeño.
- Elaborar los mapas climáticos mensuales y mapa anual de la precipitación.

### III. MARCO TEÓRICO

En esta sección se describe breve y únicamente los principales conceptos de estadística espacial que han de aplicarse en este estudio.

#### 3.1 Introducción a análisis espacial de precipitación

Mapas de precipitación tienen una amplia gama de aplicaciones, tales como la gestión de los recursos hídricos y la simulación hidrológica. Sin embargo para obtener información continua espacialmente de la precipitación mensual, la cobertura de la red de estaciones es limitada, donde a su vez estas tienden a estar situados en bajas altitudes (en los valles) y por lo tanto pueden subestimar la precipitación regional. Por estas razones, en especial, en áreas de alto relieve topográfico es insuficiente utilizar los datos de la estación meteorológica más cercana para caracterizar la cantidad y la distribución espacial de la precipitación sobre un área de estudio a gran escala. Para mejorar estimaciones regionales de precipitación las técnicas geoestadísticas multivariadas son una alternativa que ampliamente está siendo utilizado para la caracterización de cantidades de precipitación sobre un área determinada utilizando la información de superficie disponible (Feki et al., 2013). En algunos estudios, se ha incorporado la información de precipitación de radar y en conjunción con mediciones provenientes de pluviómetros se han utilizado para describir la precipitación (Creutin et al. 1988). Otros investigadores como Goovaerts (2000) reporta que las estimaciones de espacialización de la precipitación, utilizando como covariable los datos de elevación (Kriging multivariado), a menudo son técnicas más precisas que los obtenidos utilizando únicamente los datos de precipitación.

En este estudio se ha evaluado distintas técnicas de interpolación entre las cuales aquellas que hacen uso únicamente de la información observada como el método de distancia inverso ponderado (Inverse Distance Weighting – IDW) y Kriging Ordinario (KO), y aquellas técnicas multivariadas que hacen uso de covariables para estimar la precipitación regional como el Kriging con deriva externa (KED) y Co-Kriging (Co-Ko). Para las técnicas multivariadas se utiliza como covariable el modelo digital de elevación (DEM); aprovechando la relación que existe entre la cantidad de precipitación y la elevación en el ámbito del estudio. Por lo que se evalúa el impacto de la incorporación de la elevación en la predicción de la precipitación media mensual histórica, en las cuencas del Rímac, Chillón, Lurín y parte alta de Mantaro mediante la comparación de técnicas de interpolación.

Finalmente para cumplir con el objetivo del estudio se elabora los mapas de la climatología mensual de precipitación con la mejor técnica de interpolación.

### **3.2 Estadística espacial**

La estadística espacial, denominada también *Geoestadística* es la rama de la estadística que estudia procesos aleatorios con índices espaciales (Cressie, 1991).

Generalmente los modelos estadísticos toman en cuenta variables aleatorios independientes, en casos más reales se toman en cuenta la dependencia estadística. En el caso de series temporales mientras los datos estén más juntos puede existir una correlación, lo mismo sucede con datos espaciales, donde la dependencia puede estar en todas las direcciones.

### **3.3 Enfoques para la espacialización de la precipitación**

Diferentes técnicas se han utilizado para los propósitos de espacialización de la precipitación, a partir de datos obtenidos en las redes de medición, lo cual implica casi siempre llevar a cabo las tareas de exploración, descripción y predicción del comportamiento espacial de una o varias variables sobre el dominio de estudio.

Para realizar estimaciones se recurre al uso de algoritmos de interpolación espacial, los cuales, en general, utilizan información discreta de una variable de interés para obtener superficies continuas. Puede decirse que estos se clasifican en dos categorías, los métodos deterministas y los métodos estocásticos (Isaaks y Srivastava, 1989).

#### **3.3.1 Métodos deterministas:**

Diferentes autores (Isaaks y Srivastava, 1989; Burrough y McDonnell, 1998) presentan una revisión completa de los diversos métodos deterministas clásicos para generar superficies continuas de variables espaciales a partir de valores medidos puntualmente, como por ejemplo el vecino cercano, el método lineal, el método del inverso de la distancia elevada a un exponente, los splines, la interpolación cúbica y bicúbica, etc. A pesar de que mayoría de dichos métodos no pueden cuantificar la incertidumbre de interpolación, muchos autores manifiestan que éstos tienen la gran ventaja de ser algoritmos muy sencillos que pueden ser fácilmente implementados.

### 3.3.2 Métodos estocásticos:

El desarrollo de la geoestadística en la década de los sesenta surgió de la necesidad de generar una metodología para evaluar y estimar la disponibilidad de reservas en los depósitos mineros. Debido a su facilidad para analizar y extraer patrones de comportamiento de variables distribuidas en el espacio ha sido adoptada como herramienta para el análisis de la variabilidad espacial de los procesos físicos en diversos campos de las ciencias, como por ejemplo la hidrogeología, la hidrología superficial, la meteorología, la ciencia del suelo, la investigación de yacimientos minerales, entre tantos (Journel y Huijbregts, 1978; Gómez-Hernández, 1996; Goovaerts, 1997). Como uno de sus campos fundamentales de desarrollo, la geoestadística ha generado diversos métodos de estimación, los cuales se conocen como modelos estocásticos de interpolación o krigeado. En ellos, la variable que se desea estimar tiene intrínseca dos componentes: (i) una componente determinista que varía uniformemente en el espacio y (ii) una componente aleatoria. La componente determinista permite hacer una afirmación acerca del rango probable de valores a los que pueden pertenecer los correspondientes a las zonas no conocidas, mientras que la componente aleatoria es el causante de que no puedan hacerse predicciones con total certidumbre (Gómez-Hernández, 1996; Burrough y McDonnell, 1998). Una de las mayores contribuciones de la geoestadística en la estimación de campos espaciales ha sido el direccionamiento del problema de la estimación de variables hacia la integración de distintos tipos de datos, proponiendo para dicho fin una serie de algoritmos capaces de relacionar de forma sistemática la información obtenida a partir de distintas fuentes. En general, la información secundaria proviene de mediciones indirectas que pueden dar indicio de la distribución espacial de la variable principal.

### 3.4 Métodos a evaluar

En este estudio el enfoque determinista y estocástico será considerado.

#### 3.4.1 Método de ponderación inverso a la distancia (IDW)

Este algoritmo calcula los valores de las celdas por medio de una composición ponderada de los datos de la muestra, el modelo sugiere que el resultado predicho reduce su incidencia en la medida en que

aumenta la separación entre el punto a evaluar y los puntos de su entorno. Es así como se acepta que los puntos más cercanos al centroide poseen un mayor peso en el cálculo del valor definitivo de la celda, su modelo matemático (Slocum, 1999):

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Z_i}{d_i^n}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^n}} \quad (1)$$

Donde  $Z$  es el valor a interpolar,  $Z_i$  son los valores de los puntos vecinos,  $d_i$  Distancia entre los puntos vecinos y el punto de la celda a predecir,  $n$  Es la potencia a la cual se eleva la distancia, oscila entre 0.5 a 4. Para este estudio, el parámetro de potencia se fija para que sea igual a dos.

### 3.4.2 Kriging Ordinario (KO)

Tveito et al. (2008), señala que la familia kriging, también conocido como métodos geoestadísticos, se basa en la idea de que los valores medidos en lugares cercanos tienden a estar más relacionada que los valores medidos en otros lugares.

Similar a IDW, Kriging también utiliza una ponderación, sin embargo, como un método probabilístico, Kriging depende de las relaciones espaciales y estadísticas para predecir puntos no medidos (Johnston et al. 2001). Funciones de semivariograma empíricos proporcionan medios para cuantificar la autocorrelación espacial de los conjuntos de datos que luego se incluyen en el modelo espacial (Goovaerts, 1997).

Ecuación de Kriging se basa en la predicción espacial lineal óptima, donde la media desconocida del proceso al azar se estima a través del mejor estimador lineal insesgado. El estimador es "insesgado" porque la media de error es 0; "lineal", ya que los valores estimados son combinaciones lineales ponderadas de los datos disponibles, y "mejor" porque el estimador tiene como objetivo minimizar la varianza de los errores (Cressie, 1990).

### 3.4.3 Co-kriging (Co-Ko)

Co-kriging es una extensión de Kriging donde se pueden agregar más de una variable auxiliar para la predicción. En un modelo de Kriging convencional, se asume una respuesta a ser un proceso aleatorio

espacial con función de covarianza estacionaria, lo que implica que la suavidad de una respuesta es bastante uniforme en cada región de la zona de dominio (Paciorek, 2003).

Sin embargo, los casos son comunes donde el nivel de suavidad de una respuesta podría cambiar considerablemente debido a las características geofísicas (Xiong et al., 2007). En tales situaciones, co-Kriging es una técnica utilizada regularmente donde interpolaciones se mejoran mediante la adición de atributos secundarios como por ejemplo longitud, latitud y elevación; que pueden conducir a mejorar la distribución espacial de la variable analizada, (Stein et al., 1991). Co-Kriging es más eficaz cuando las covariables están altamente correlacionados (Nalder y Wein, 1998).

Algoritmos de estimación Kriging y co-kriging

Si,  $z^a(s_i)$  y  $z^b(s_i)$  representan realizaciones de las variables aleatorias  $Z^a(s_i)$  y  $Z^b(s_i)$  en los puntos particulares  $s_i$  dentro de un campo de  $S$ . Es obvio que el co-kriging estimador es el mejor estimador lineal insesgado, así: El co-kriging estimador de  $Z^*(s_0)$  es una combinación lineal de los valores de la muestra  $Z^a(s_i)$  y  $Z^b(s_i)$ :

$$Z_a^*(s_0) = \sum_{i=1}^{n_a} l_{ai} Z_a(s_i) + \sum_{j=1}^{n_b} l_{bj} Z_b(s_j) \tag{2}$$

Donde  $Z_a^*(s_0)$  es la estimación de  $Z_a$  en el punto  $s_0$ ,  $n_a$  y  $n_b$  son los números de puntos de datos de  $Z_a$  y  $Z_b$  utilizados en la estimación, y  $l_{ai}$  y  $l_{bj}$  son las ponderaciones asociadas. Para kriging ordinario  $Z_a(s_i)$  representa los valores de la precipitación media mensual histórica en el punto de muestra  $s_i$  y las ponderaciones  $l_{bj}$  con ceros, ya que solo la precipitación media mensual contribuye al proceso de estimación.

Para co-kriging,  $Z_a(s_i)$  y  $Z_b(s_j)$  representan los valores de la precipitación media mensual histórica y la elevación en los puntos de muestra  $s_i$  y  $s_j$  respectivamente.

Los pesos en la ecuación (2) son determinados por la minimización de la estimación de la varianza.

$$\text{var} \{ Z_a^*(s_0) - Z_a(s_0) \} \quad (3)$$

Sujeto a la restricción que la estimación debe ser insesgada:

$$E \{ Z_a^*(s_0) - Z_a(s_0) \} = 0 \quad (4)$$

Esto produce el sistema Kriging de ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^{n_a} \lambda_{ai} g_{aa}(s_m, s_i) + m = g_{aa}(s_m, s_0) \quad m = 1, \dots, n_a \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n_a} \lambda_{ai} = 1 \quad (6)$$

Y el sistema co-kriging de ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^{n_a} \lambda_{ai} g_{aa}(s_m, s_i) + \sum_{j=1}^{n_b} \lambda_{bj} g_{ab}(s_m, s_j) + m_a = g_{aa}(s_m, s_0) \quad m = 1, \dots, n_a \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n_a} \lambda_{ai} g_{ab}(s_m, s_i) + \sum_{j=1}^{n_b} \lambda_{bj} g_{bb}(s_m, s_j) + m_b = g_{ab}(s_m, s_0) \quad m = 1, \dots, n_b \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n_b} \lambda_{bi} = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{n_b} \lambda_{bj} = 1 \quad (10)$$

Donde  $g_{ab}$  es la semivarianza de  $Z_a$  (cuando  $a = b$ ) o semivarianza cruzada de  $Z_a$  y  $Z_b$  (cuando  $a \neq b$ ) en una distancia de separación  $h$ .

El  $m_a$ ,  $m_b$  y  $m_c$  son los valores multiplicadores de Lagrange.

Al derivar el sistema de co-kriging, hay una restricción adicional de insesgamiento, por lo tanto, se requiere la última ecuación en el sistema. Resolviendo este sistema de ecuaciones para los pesos  $\lambda$  y los multiplicadores de Lagrange  $m$  permite calcular el valor de los puntos estimado  $Z_a^*(s_0)$  por la ecuación (2), y la estimación de la varianza:

$$s^2(s_0) = m_a + \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_{ai} g_{aa}(s_i, s_0) + \sum_{j=1}^{n_b} \hat{a}_{bj} g_{ab}(s_j, s_0) \quad (11)$$

### 3.4.4 Kriging con deriva externa (KED)

Kriging con deriva externa permite la predicción de una variable  $Z$ , conocido sólo en un pequeño conjunto de puntos de la zona de estudio, a través de otra variable  $Y$  exhaustivamente conocido en la misma zona. Elegimos para modelar  $Z$  con una función aleatoria  $Z(s)$  e  $Y$  como una variable determinista  $Y(s)$  con  $s$  un punto particular de un campo  $S$ . Las dos cantidades se asume que son linealmente relacionadas (ecuación 20):

$$E \hat{Z}(s) = a_0 + b_1 Y(s) \quad (12)$$

Examinamos el caso de una función  $Z(s)$  aleatoria, cuya predicción se desea mejorar introduciendo la función de forma  $Y(s)$  que provee detalle a una escala más pequeña que la distancia promedio de la muestra para  $Z(s)$ . El estimador de  $Z^{*KED}(s_0)$  en la posición  $s_0$  es una combinación lineal de los valores de la muestra  $Z(s_i)$  en la ubicación  $s_i (i=1, \dots, n)$ :

$$Z^{*KED}(s_0) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i^{KED} Z(s_i) \text{ con } \sum_{i=1}^n \hat{a}_i = 1 \quad (13)$$

Buscamos para un predictor insesgado, que es uno con un error de predicción que se espera que sea cero,  $E \hat{Z}^*(s_0) - Z(s_0) = 0$ , de modo que:

$$E \hat{Z}^*(s_0) = E \hat{Z}(s_0) \quad (14)$$

Esta igualdad puede ser desarrollado en:



$$E \hat{Z}^*(s_0) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i E Z(s_i) = a_0 + b_1 \sum_{i=1}^n \hat{a}_i Y(s_i) = a_0 + b_1 Y(s_0) \quad (15)$$

Esta ecuación implica que las ponderaciones deben ser en promedio consistente con una interpolación exacta de  $Y(s)$ :

$$Y(s_0) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i Y(s_i) \quad (16)$$

La función objetivo (O) para minimizar en este caso consiste en la predicción de la varianza,  $\sigma_E^2(s_0)$ , y dos restricciones:

$$O = \sigma_E^2(s_0) - \eta_1 \sum_{i=1}^n \hat{a}_i - 1 - \eta_2 \sum_{i=1}^n \hat{a}_i Y(s_i) - Y(s_0) \quad (17)$$

Donde  $\eta_1$  y  $\eta_2$  son parámetros de Lagrange, y la predicción de la varianza es:

$$\sigma_E^2(s_0) = \text{var} \hat{Z}^*(s_0) - Z(s_0) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \hat{a}_i \hat{a}_j C(s_i - s_j) - 2 \sum_{i=1}^n \hat{a}_i C(s_i - s_0) + C(0) \quad (18)$$

Con  $C$  la función covariancia de  $Z$ .

El mínimo de esta función cuadrática se encuentra estableciendo las derivadas parciales de la función objetivo  $O(\hat{a}_i, \eta_1, \eta_2)$  a cero, lo que lleva al sistema de ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^n \hat{a}_j C(s_i - s_j) - \eta_1 - \eta_2 Y(s_i) = C(s_i - s_0) \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^n \hat{a}_j = 1 \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n \hat{a}_j Y(s_j) = Y(s_0) \quad (21)$$

Con la mínima predicción de la varianza:

$$\sigma_K^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \hat{a}_i C(s_i - s_0) + \eta_1 + \eta_2 Y(s_0) \quad (22)$$

La mezcla de una función aleatoria estacionaria de segundo orden con una función media no estacionaria puede parecer sorprendente. Sin embargo, estacionariedad es un concepto que depende de la escala (Wackernagel 1994). Los datos pueden sugerir la estacionalidad de los

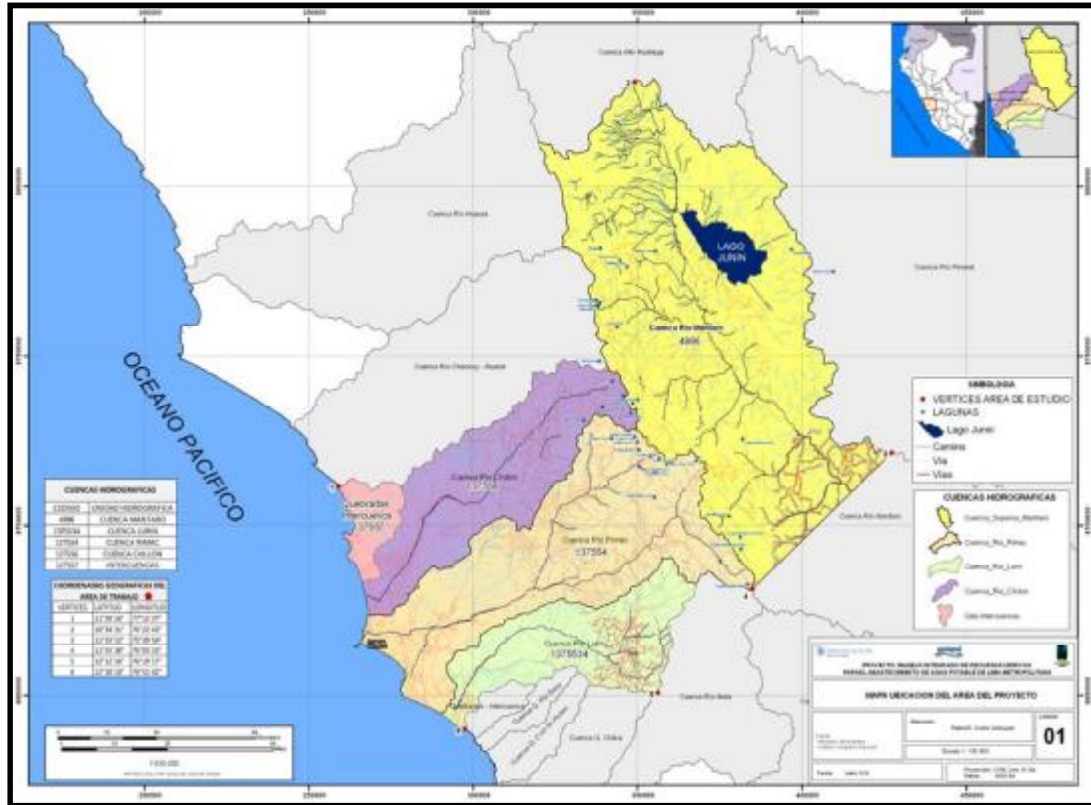
datos muy espaciados en  $Z(s)$ , mientras que su aspecto no estacionario cuando inspecciona el fino detalle prevista por una función  $Y(s)$ . Por lo tanto KED consiste en la incorporación en el sistema de Kriging condiciones de universalidad suplementarios sobre una o varias variables de deriva externo  $Y_i(s) i = 1, \dots, M$  medida exhaustivamente en el dominio espacial.

La función  $Y_i(s)$  necesita ser conocido en todas las ubicaciones  $s_i$  de la muestras  $Z(s_i)$ , así como en los nodos de la red de estimación. En este método, se supone una relación lineal entre la variable de interés y las variables auxiliares en los puntos de observación de la variable de interés. Esta asunción es muy importante en la predicción utilizando el método KED. Por lo tanto, si una función no lineal describe mejor las relaciones entre las dos variables, esta función debe ser primero utilizada para transformar los datos de la variable auxiliar. Los datos transformados se podrían utilizar entonces como deriva externa.

#### **IV. MATERIALES Y METODOLOGÍA**

##### **4.1 Zona de estudio**

La zona de estudio corresponde al ámbito geográfico de las cuencas de los ríos Rímac, Chillón, Lurín y parte alta del Mantaro (*Figura 1*).

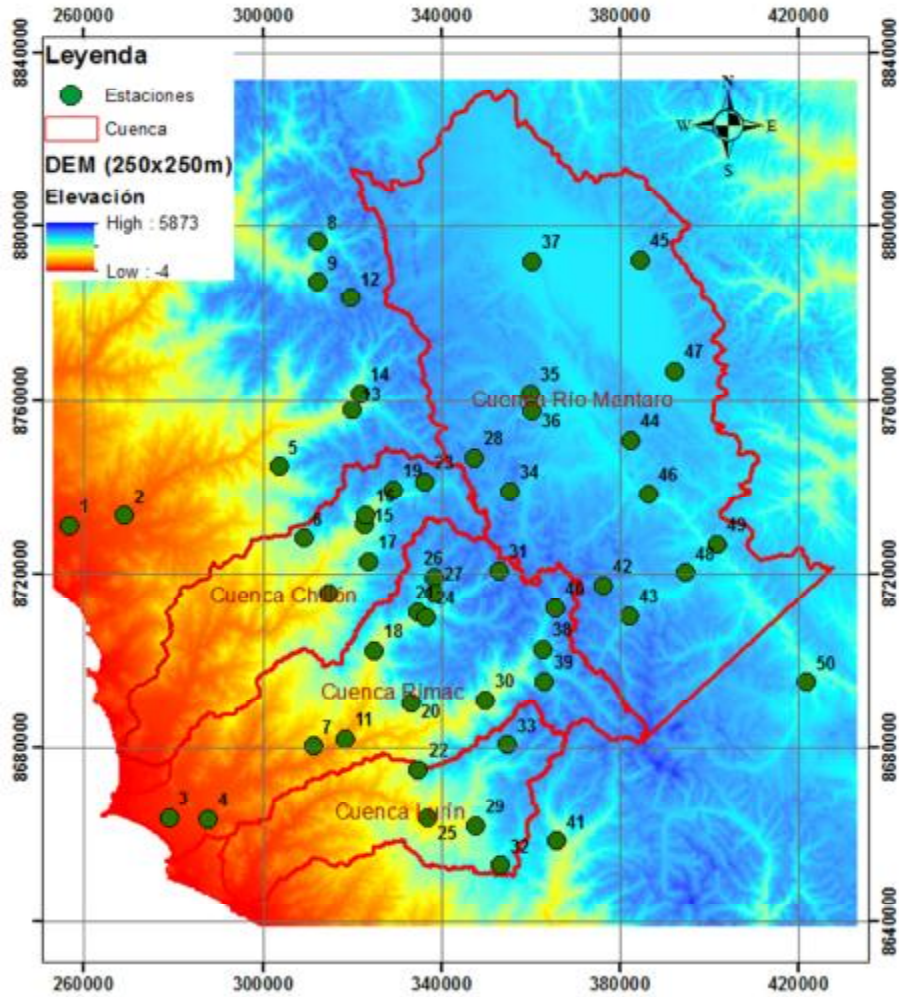


**Figura 1.** Mapa de ubicación de las cuencas de estudio.  
Fuente. TDR-Convenio

## 4.2 Información utilizada

### 4.2.1 Precipitación promedio mensual periodo 1981 -2010

Se utilizaron 50 estaciones, emplazadas en las cuencas de Chillón, Rímac, Lurín y Alto Mantaro las mismas que en estudios previos fueron tratadas, homogenizadas y consistenciadas. En la Tabla 1 se presenta la red estaciones utilizadas, sus características de ubicación y datos promedios históricos de precipitación para cada mes, estación y anual correspondiente a las tres últimas décadas [1981 – 2010]. Así mismo en la *Figura 2* se aprecia la distribución espacial de las estaciones y el modelo digital de elevación a una resolución de 250 x 250 m utilizada como covariable en las técnicas multivariadas analizadas.



**Figura 2.** Distribución espacial de las estaciones utilizadas ubicadas en el entorno regional de las cuencas de los ríos Rímac, Chillón y Lurín y parte alta de Mantaro, de fondo se muestra el modelo digital de elevación a una resolución de 250m.  
Fuente: Elaboración propia

**Tabla 1. Estaciones utilizadas y ubicadas en el entorno regional de las cuencas de los ríos Rímac, Chillón y Lurín**

id Estación	Este	Norte	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	DEF	MAM	JJA	SON	Anual
1 Donoso	256723.37	8731109.85	1.1	2.8	2.2	0.4	0.9	3.6	3.3	5.7	2.2	0.4	0.4	1.4	5.2	3.5	12.6	3.1	24.4
2 Huayán	269075.94	8733416.07	1.6	3.3	1.1	0.2	0.6	1.3	2.1	1.9	0.9	0.3	0.6	1.4	6.2	1.9	5.3	1.7	15.1
3 Modelo Campo de Marte	279038.96	8663780.66	0.3	0.6	0.2	0.1	0.7	1.0	1.3	2.5	2.1	0.8	0.6	0.9	1.9	0.9	4.7	3.5	11.1
4 Von Humboldt	287752.56	8663475.58	0.7	1.1	0.6	0.7	1.1	1.5	1.8	2.1	1.5	0.7	0.8	0.7	2.4	2.3	5.5	3.0	13.2
5 Pallac	303566.70	8744713.06	51.2	83.9	88.1	17.6	0.6	0.0	0.0	0.0	0.4	2.7	8.4	26.3	161.3	106.2	0.0	11.5	279.1
6 Huamantanga	309125.20	8728153.13	74.8	105.3	111.1	28.7	4.3	0.0	0.1	0.2	2.5	11.6	15.8	37.7	217.8	144.1	0.3	29.8	392.0
7 Chosica	311238.52	8680228.07	4.4	8.0	4.6	0.8	0.2	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.4	1.1	13.5	5.6	0.0	0.5	19.6
8 Picoy	312364.76	8796389.93	90.0	96.9	105.6	44.4	9.9	1.1	0.3	0.9	6.5	31.8	45.8	75.1	262.1	160.0	2.3	84.1	508.5
9 Parquin	312417.13	8787171.16	140.9	148.4	179.9	72.8	14.1	1.1	0.3	0.6	10.5	53.7	68.6	112.7	402.0	266.8	2.0	132.8	803.5
10 Arahuy	314626.67	8715249.83	62.9	90.7	90.4	24.0	1.1	0.0	0.0	0.0	0.8	6.0	10.5	29.7	183.2	115.5	0.1	17.3	316.1
11 Santa Eulalia	318477.63	8681965.05	6.0	11.7	5.9	0.5	0.2	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.4	2.8	20.4	6.5	0.1	0.6	27.6
12 Tupe	319724.40	8783525.17	113.6	143.4	137.1	80.4	1.4	0.5	0.1	3.0	9.9	37.3	67.7	90.5	347.4	218.9	3.5	114.9	684.7
13 Pirca	319867.75	8757715.59	113.9	133.3	164.6	54.2	6.6	0.5	0.0	2.6	7.0	34.9	44.8	98.1	345.3	225.4	3.1	86.8	660.5
14 Santa Cruz	321667.64	8761412.51	94.5	117.6	124.6	58.7	9.9	0.8	2.1	3.1	10.7	49.0	51.1	78.2	290.3	193.2	6.0	110.8	600.3
15 Canta	322654.03	8731428.39	77.2	121.1	89.0	27.3	1.8	0.0	0.1	0.3	2.9	9.5	16.3	42.6	240.8	118.1	0.4	28.7	388.1
16 Obrajillo	323053.86	8733473.77	87.4	104.2	92.2	19.7	5.0	1.1	0.0	0.0	2.6	13.8	17.6	49.7	241.3	116.9	1.1	34.0	393.3
17 Lachaqui	323673.32	8722676.46	118.7	153.4	153.4	46.3	4.7	0.0	0.0	0.7	4.2	23.7	35.1	76.0	348.0	204.4	0.7	62.9	615.9
18 Autisha	324924.56	8702231.16	40.1	66.5	56.4	13.7	0.9	0.0	0.0	0.3	1.7	4.2	7.0	19.4	126.0	71.0	0.3	12.8	210.1
19 Huaros	329066.08	8739329.79	78.9	104.5	118.4	45.4	5.6	0.3	0.6	1.2	7.5	25.2	35.9	68.2	251.6	169.4	2.2	68.6	491.7
20 Canchacalla	333184.48	8690149.21	59.6	90.3	85.4	15.1	0.6	0.0	0.0	0.0	0.6	7.1	6.2	34.3	184.2	101.1	0.0	13.9	299.1
21 Carampoma	334824.51	8711150.69	86.0	94.4	91.4	30.4	3.7	0.3	1.2	0.8	5.4	20.1	27.6	58.7	239.1	125.5	2.3	53.1	419.9
22 Santiago de Tuna	334868.80	8674835.83	63.6	105.9	98.4	20.7	1.5	0.0	0.1	0.1	0.5	4.9	11.0	39.4	208.9	120.5	0.2	16.3	346.0
23 Pariacancha	336332.25	8741212.13	122.1	129.5	131.0	53.8	13.3	3.1	2.1	6.4	22.7	55.1	58.9	97.6	349.2	198.1	11.6	136.6	695.5
24 Sheque	336637.92	8709879.42	88.0	129.7	110.0	38.1	5.7	1.2	0.5	1.9	5.5	21.2	29.4	58.5	276.2	153.8	3.6	56.1	489.7
25 Antioquia	336744.56	8663784.44	11.8	25.5	17.7	1.7	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	1.3	10.2	47.5	19.6	0.0	1.6	68.7
26 Mina Colqui	338265.57	8719099.80	113.6	135.4	131.6	58.8	11.2	2.3	3.2	11.0	22.9	53.1	61.2	73.5	322.5	201.5	16.5	137.1	677.7



Continuación...

id Estación	Este	Norte	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	DEF	MAM	JJA	SON	Anual
27 Tingo	338284.77	8715412.08	128.2	166.5	167.8	89.5	12.7	3.8	0.9	5.2	28.5	65.1	66.0	130.1	424.8	270.0	9.9	159.6	864.3
28 Yantac	347218.91	8746796.84	109.5	126.3	123.7	61.3	22.4	13.5	9.8	23.0	38.9	61.2	70.0	96.1	331.9	207.4	46.2	170.1	755.6
29 Langa	347639.76	8661998.27	58.7	83.7	80.5	16.1	0.4	0.0	0.0	0.4	1.5	5.3	8.2	26.0	168.4	96.9	0.4	15.0	280.7
30 Matucana	349890.46	8690866.77	60.4	74.7	80.0	20.6	1.3	0.2	0.0	0.3	0.6	8.0	13.9	41.7	176.8	101.8	0.5	22.5	301.7
31 Milloc	352798.81	8720646.34	168.7	150.1	154.2	66.7	22.5	6.7	6.9	16.7	41.5	65.0	84.3	142.9	461.6	243.4	30.2	190.8	926.0
32 San lázaro de escoma	353127.82	8652808.75	96.2	132.2	119.1	49.6	5.1	0.0	0.2	0.4	2.6	11.6	25.0	59.3	287.7	173.8	0.6	39.2	501.2
33 Chalilla	354806.18	8680469.21	72.3	66.3	100.4	26.3	0.1	0.0	0.0	0.1	1.5	6.6	21.7	33.5	172.1	126.8	0.1	29.8	328.7
34 Marcapomacocha	355437.59	8738970.27	165.3	176.7	186.1	80.4	32.2	17.1	12.0	27.0	60.8	96.4	101.1	148.0	490.0	298.7	56.1	258.2	1103.0
35 Carhuacayan	359858.12	8761570.41	137.2	141.3	150.6	73.3	33.8	11.0	10.8	15.8	43.3	89.9	85.3	117.5	396.0	257.6	37.5	218.4	909.6
36 Hueghue	360179.45	8757486.25	109.2	123.2	129.0	73.0	31.0	8.1	10.8	21.6	46.2	74.6	73.2	100.1	332.6	233.0	40.5	194.0	800.0
37 Upamayo	360364.42	8792018.20	120.9	121.0	124.5	69.7	32.2	16.8	10.2	18.5	49.4	85.8	85.6	115.6	357.5	226.4	45.5	220.9	850.3
38 Rio blanco	362815.55	8702494.70	99.6	112.7	110.3	35.4	8.4	1.6	1.0	3.2	11.9	27.2	41.2	81.7	293.9	154.1	5.8	80.3	534.2
39 San José de parac	362933.26	8695195.42	114.6	128.1	124.9	44.1	9.5	3.5	1.7	4.0	14.9	39.8	50.3	97.8	340.4	178.6	9.2	104.9	633.1
40 Casapalca	365550.71	8712101.47	119.9	108.6	107.7	46.9	16.0	5.6	3.8	10.1	24.2	51.4	49.5	99.7	328.2	170.6	19.6	125.1	643.5
41 Huarochirí	365797.65	8658399.30	95.8	128.7	125.1	36.4	3.7	0.3	0.1	0.4	2.5	19.6	37.0	65.7	290.2	165.1	0.9	59.1	515.2
42 Morococha	376289.41	8717276.88	125.0	129.3	120.8	67.3	23.4	17.1	12.1	24.6	49.8	70.1	73.1	112.6	366.9	211.5	53.8	193.0	825.2
43 Yauli	381919.18	8710079.15	137.7	153.9	146.2	70.2	21.4	11.5	16.2	19.4	38.2	78.5	81.3	91.7	383.3	237.8	47.1	198.0	866.2
44 Atocsaico	382373.91	8750786.02	110.6	121.0	109.6	62.0	22.3	27.7	12.6	25.7	54.3	81.2	83.6	112.5	344.1	193.9	65.9	219.0	822.9
45 Carhuamayo	384498.97	8792265.13	116.0	114.6	102.3	57.9	26.8	14.0	6.9	14.1	43.3	74.4	70.4	100.2	330.8	187.0	35.0	188.1	740.9
46 Malpaso	386359.30	8738512.65	123.1	105.1	102.9	59.3	31.8	22.3	15.8	25.1	55.5	80.1	76.5	102.8	331.0	194.1	63.1	212.0	800.1
47 Junín	392113.22	8766764.01	136.6	126.5	117.2	65.1	25.1	14.2	10.8	19.4	52.2	80.5	83.3	111.5	374.5	207.4	44.4	216.0	842.4
48 La.roya	394724.03	8720140.57	87.1	94.4	74.5	59.7	20.7	10.0	10.2	16.0	36.1	58.2	56.7	86.1	267.6	154.9	36.2	151.1	609.7
49 Oroya Fundición	401821.56	8726707.27	86.1	76.8	77.3	40.5	13.2	16.8	9.2	15.1	31.6	63.7	60.8	81.0	243.9	131.0	41.2	156.0	572.1
50 Pachacayo	421654.09	8694908.34	98.9	109.9	107.6	53.8	18.0	10.5	7.6	12.3	29.1	57.0	68.5	85.1	294.0	179.5	30.3	154.5	658.3

Fuente: Elaboración propia



#### 4.2.2 De las herramientas de análisis

Para el procesamiento de los datos espaciales se utilizaron:

- Programa R, para sistematizar la interpolación; es un lenguaje y entorno de programación para análisis estadístico y gráfico de libre distribución. Se utilizó principalmente el paquete Gstat, que es un paquete para el modelado geoestadístico espacial y espacio-temporal, la predicción y simulación (Pebesma, 2004).
- Sistemas de información geográfica (ArcMap) para la elaboración de mapas temáticos.

### 4.3 Metodología

#### 4.3.1 Análisis Exploratorio de Datos

Cabe señalar que en esta etapa el estudio es iniciada con datos que cumplen el control de calidad, por lo que este análisis consiste en un conjunto de técnicas geoestadísticas y gráficas que servirán para tener un entendimiento básico de los datos, ver si la distribución de la información presenta normalidad o al menos simetría (histogramas), ver si existe datos atípicos a través la nube de semivariaciones, etc., estos pasos son necesarios para tener una buena estimación.

#### 4.3.2 Análisis Estructural

El análisis estructural es una de la etapas fundamentales de todo estudio geoestadístico. Tiene como objetivo la caracterización de la estructura espacial del fenómeno estudiado.

El enfoque geoestadística se basa en la teoría de las variables regionalizadas (Matheron 1970). Se supone que las muestras espaciales se consideran como la realización de un proceso espacial aleatoria. Esto permite el uso de un poderoso instrumento estadístico para la estimación espacial: la semivariograma (Feki y Slimani 2006).

Si,  $z^a(s_i)$  y  $z^b(s_i)$  representan realizaciones de las variables aleatorias  $Z^a(s_i)$  y  $Z^b(s_i)$  en los puntos particulares  $s_i$  dentro de un campo de  $S$ . La hipótesis intrínseca (Chauvet 1999) asume que, para una variable aleatoria  $Z(s_i)$ : (i) el valor esperado de  $Z(s_i)$  no depende de la posición

$s_i$ , y (ii) la varianza de  $\{Z(s_i) - Z(s_i + h)\}$  no depende de la posición  $s_i$  en  $S$  para cualquier vector de separación  $h$ .

Entonces la función semivariograma da una medida de la correlación espacial de una variable aleatoria o las variables, como una función de la distancia de separación. Muestra de semivariogramas y variogramas cruzados fueron estimados por la función:

$$g_{ab}(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} \{Z^a(s_i + h) - Z^a(s_i)\} \{Z^b(s_i + h) - Z^b(s_i)\}$$

Donde  $g_{ab}$  es la semivarianza de  $Z^a$  (cuando  $a = b$ ) o semivarianza cruzada de  $Z_a$  y  $Z_b$  (cuando  $a \neq b$ ) en la distancia de separación  $h$ ; y  $n(h)$  es el número de pares de puntos en un intervalo de distancia  $(h + Dh)$ .

El variograma cruzado debe ser parte de un modelo lineal de co-regionalización (LMC). Un LMC requiere que cada estructura en el variograma cruzado, se incluye en el modelo de continuidad espacial para las variables primarias y secundarias. Un modelo autorizado matemático puede ser entonces ajustado al variograma experimental y los coeficientes de este modelo se pueden utilizar para Kriging.

Se evaluará los modelos de variogramas donde la semivarianza alcanza una varianza finita y se nivela, se refiere al máximo como la meseta. Esto se denomina un modelo acotado (modelo esférico (SPH), exponencial (EXP) y Gaussiano (GAU)). Los modelos que no alcancen la meseta se denominan sin límites o no acotados (modelo potencial (POT)).

Existen algunos métodos de ajuste del modelo al semivariograma, lo que hace que el ajuste sea mucho más fiable para ello se aplicara el método de mínimos cuadrados generalizados (MCG).

**Validación modelo:** Para evaluar la bondad de ajuste, el más empleado es la validación cruzada, que consiste en excluir la observación de uno de los  $n$  puntos muestrales y con los  $n-1$  valores restantes se predice el valor de la variable en estudio en la ubicación del punto que se excluyó; vía Kriging o ponderación de la distancia inversa. Este procedimiento se realiza en forma secuencial con cada uno de los puntos muestrales y así



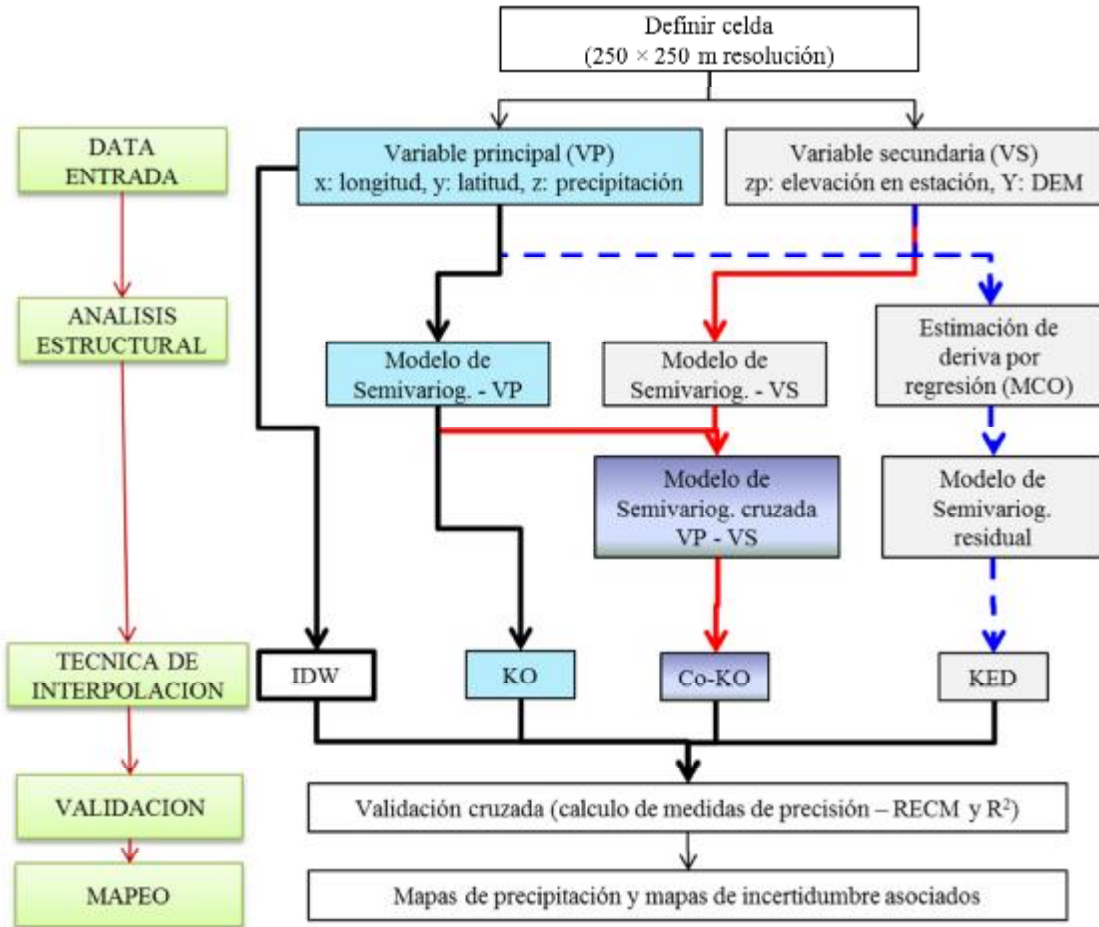
se obtiene un conjunto de  $n$  “errores de predicción”; con el cual se determina medidas de precisión como la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el coeficiente de determinación  $R^2$ .

#### 4.3.3 Estimación Espacial

La estimación espacial se realiza por las técnicas de interpolación DIW, KO, Co-KO y KDE.

A continuación en la *Figura 3* se muestra el esquema metodológico a seguir para obtener los objetivos del estudio. En resumen la metodología consiste en evaluar y determinar la mejor técnica de interpolación (DIW, KO, Co-KO y KDE) para regionalizar espacialmente la precipitación promedio multianual del periodo 1981 – 2010 a una resolución de 250m. El DIW para interpolar únicamente utiliza la variable principal al igual que KO Donde para ésta última además se requiere la caracterización de la dependencia espacial a través de semivariogramas y estas deben ser modeladas por un modelo matemático (exponencial, esférico, Gaussiano o exponencial). Las técnica multivariada KED necesita además de la variable principal una variable secundaria (elevación) como covariable, donde aprovechando la relación entre esta dos variables se estima la deriva mediante la regresión lineal por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y a los residuales de esta relación lineal se ajusta a un modelo de semivariograma como en KO. Para la técnica de Co-Ko que también utiliza la variable principal y secundaria se requiere realizar el análisis estructural que consiste en determinar la dependencia espacial para cada variable similar como en KO pero además de un modelo de dependencia espacial cruzada de la variable (precipitación) y covariable (elevación) a través de un semivariograma cruzado.

Con los datos de entrada y el análisis estructural requerido para cada técnica de interpolación se evalúa la eficiencia y la capacidad de cada técnica de interpolación en caracterizar la variable principal (precipitación), para ello se realiza una validación cruzada y se estiman las medidas de precisión como la raíz de error cuadrático medio (RECM) para verificar la incertidumbre absoluta y el coeficiente de determinación  $R^2$  para conocer la capacidad de cada técnica en explicar la variabilidad de los datos espaciales. La selección de la técnica más eficiente se realiza en función al método que presenta la RECM más bajo. Finalmente se genera mapas de precipitación con la mejor técnica de interpolación para el ámbito del estudio.



**Figura 3.** Diagrama de flujo de la metodología para la interpolación espacial  
Fuente: Elaboración propia

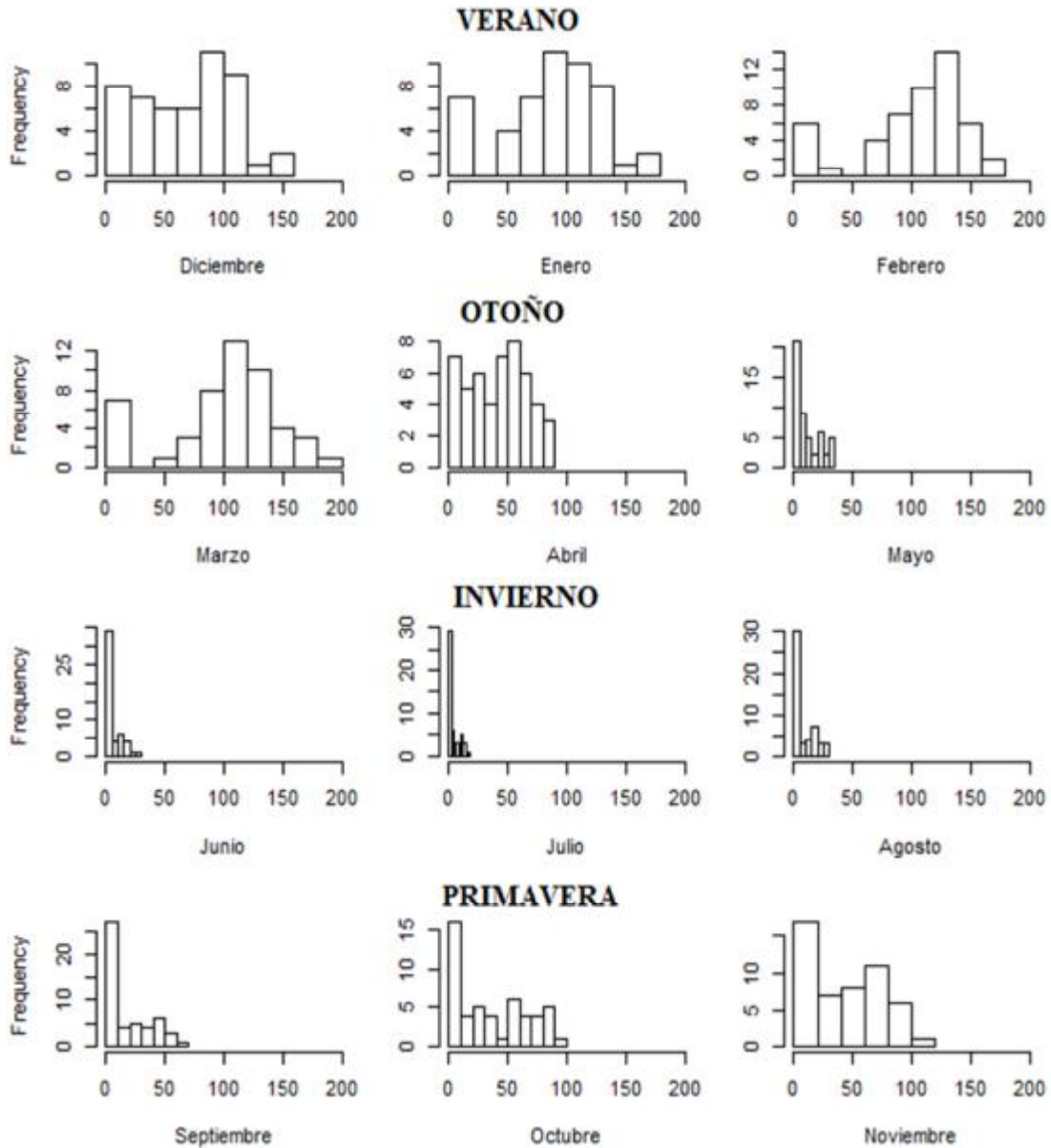
## V. RESULTADOS

### 5.1 Análisis de los datos espaciales de Precipitación

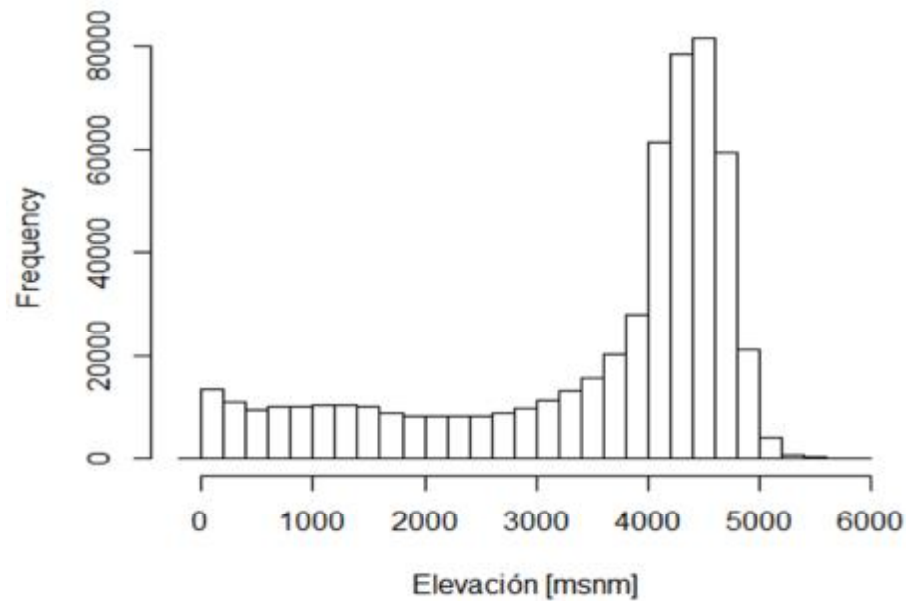
#### 5.1.1 Gráficos de histogramas

En la Figura 4, se muestran los histogramas de frecuencias de precipitación promedio multimensual para cada mes de las estaciones que se encuentran en las cuencas del río Rímac, Chillón y Lurín y cuencas vecinas. Se observa una importante variabilidad espacial de precipitación promedio multimensual del periodo 1981 – 2010. Esta figura claramente nos muestra que la precipitación en las cuencas de análisis esta restringida principalmente su ocurrencia a partir del mes de octubre a abril y la estación con mayor presencia de precipitación es el

verano (diciembre, enero y febrero), seguida por otoño principalmente en el mes de marzo.



**Figura 4.** Gráfica de histograma de frecuencias de precipitación promedio multimensual (mm), de las estaciones que se encuentran en las cuencas del río Rímac, Chillón y Lurín  
 Fuente: Elaboración propia

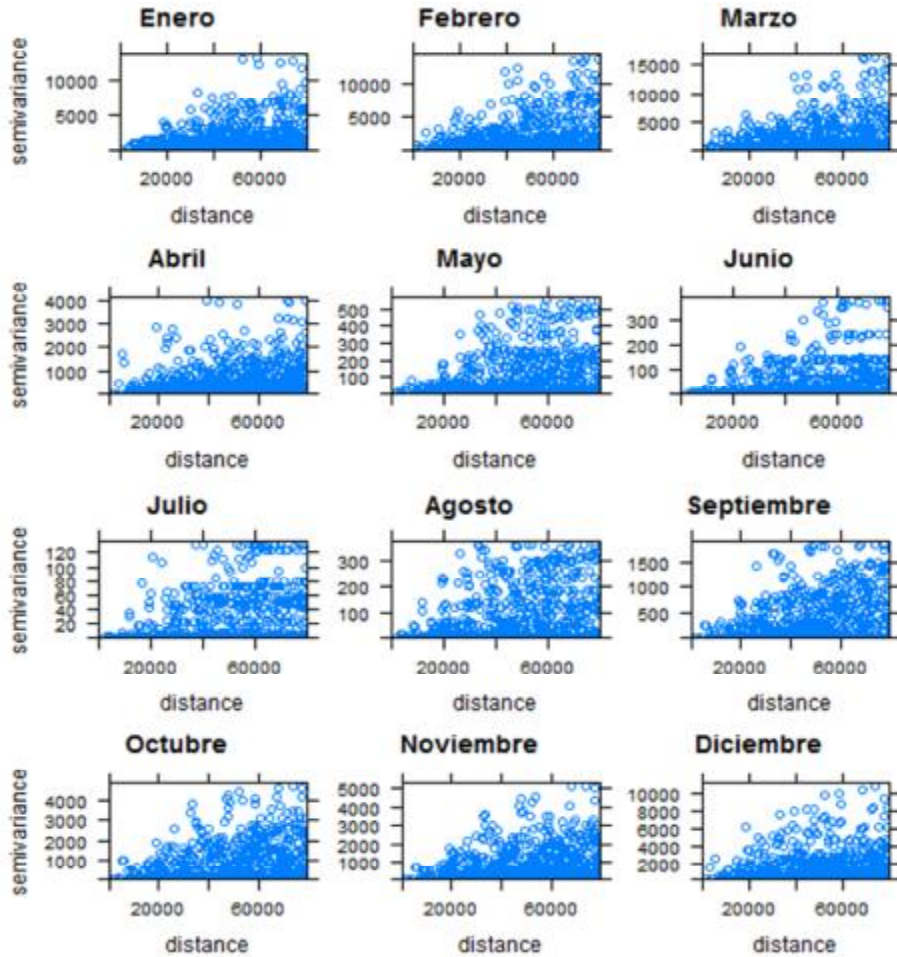


**Figura 5.** Gráfica de histograma de frecuencias de elevación (msnm) a una resolución de 250 m., del entorno regional de las cuencas del río Rímac, Chillón Lurín y parte alta de Mantaro.

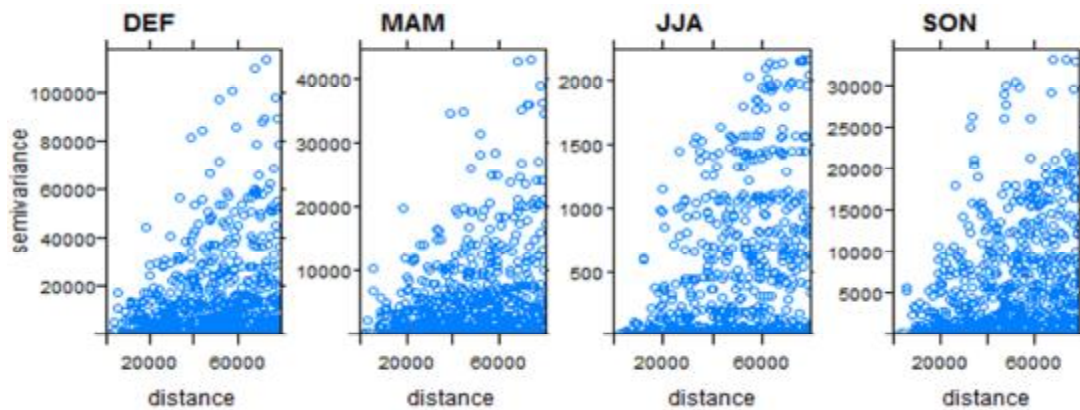
De la *Figura 5* de la frecuencia de la distribución de la elevación a una resolución de 250 m. se observa que la mayor parte del ámbito de estudio se encuentra entre 4000 a 5000 msnm

### 5.1.2 Gráficos de nube de semivariancia

Los gráficos de la nube de semivariancia son importantes en el análisis exploratorio de datos espaciales, porque da conocer la variancia que existe para cada par de puntos (estación) en función a la distancia de separación de las mismas. De esta manera se observa la dependencia espacial para justificar el uso de técnicas geoestadística de la familia Kriging. De la *Figura 6* se observa que en todos los meses existe dependencia espacial de precipitación, donde a distancias menores de separaciones entre estaciones se tiene mayor dependencia por presentar menores semivariancias y esta dependencia va disminuyendo a grandes distancias. El mes de julio y agosto parecen presentar dependencia espacial débil por que se observa mayor variabilidad de semivariancia incluso a distancias pequeñas. Cabe señalar que este mismo gráfico se utiliza para detección de datos atípicos en el análisis espacial y en caso de este estudio no se presenta datos atípicos.



**Figura 6.** Gráfica de nube de semivariancia de precipitación para cada mes  
Fuente: Elaboración propia



**Figura 7.** Gráfica de nube de semivariancia de precipitación para cada estación del año.

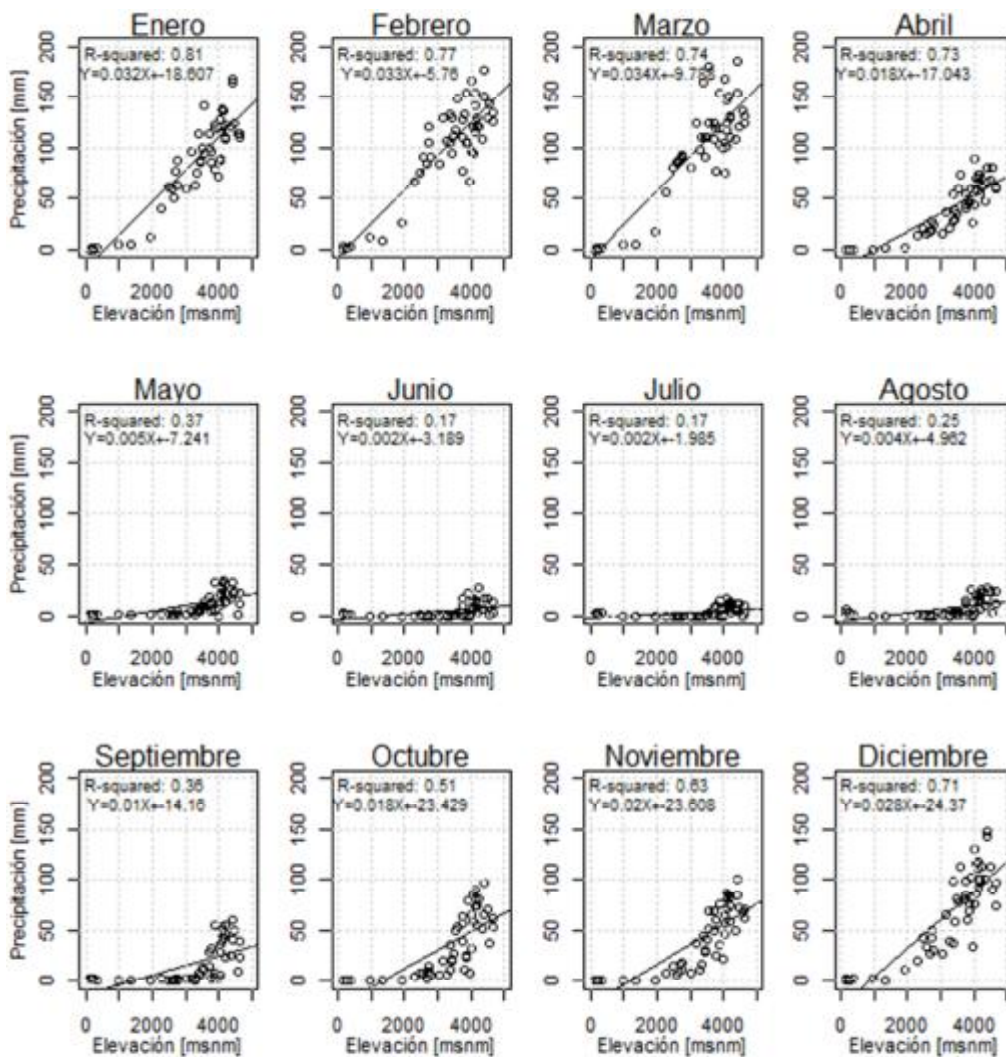
Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a la *Figura 7* se observa buena dependencia espacial para todas estaciones, sin embargo la estación de invierno [JJA] presenta una débil dependencia espacial.



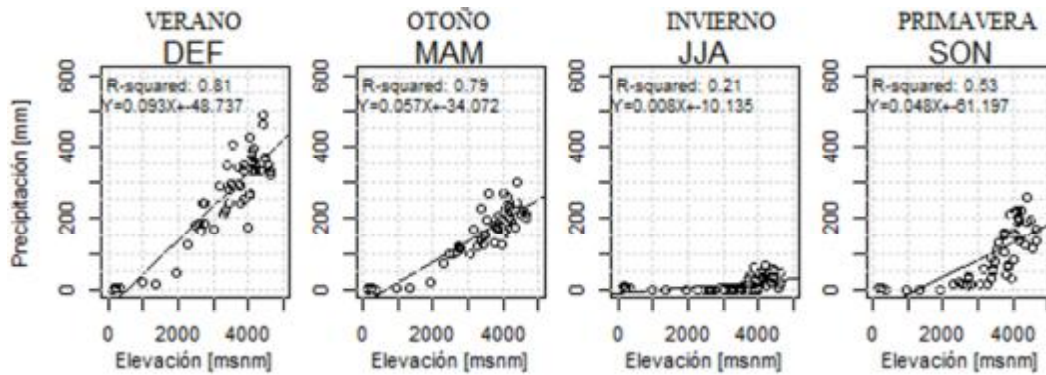
## 5.2 Relación de precipitación versus elevación

En la *Figura 8* se observa la relación de precipitación promedio multianual [1981 - 2010] versus elevación [resolución 250 m] para cada mes donde para los meses con presencia de mayor precipitación (enero, febrero, marzo, abril, octubre, noviembre y diciembre) se tiene buena relación con coeficientes de determinación mayores de 0.5. Por otro lado en los meses de mayo, junio, julio, agosto y setiembre la relación entre precipitación y elevación es muy débil. Es entonces verificada la existencia de la relación entre estas dos variables por lo que para las técnicas multivariadas como el KED y Ko-Co se utiliza como covariable la elevación.



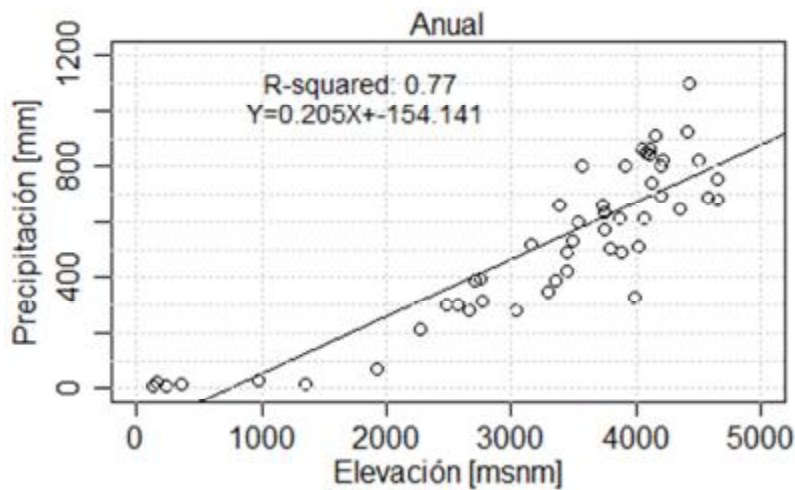
**Figura 8.** Gráfica de relación de precipitación mensual promedio multianual [1981-2010] versus elevación [resolución 250 m] para cada mes

Fuente: Elaboración propia



**Figura 9.** Gráfica de relación de precipitación estacional promedio multianual [1981 - 2010] versus elevación [resolución 250 m] para cada estación del año  
Fuente: Elaboración propia

La *Figura 9* también demuestra la buena relación que existe entre la precipitación y la elevación para las estaciones con mayor presencia de precipitación (verano, otoño y primavera) y una señal débil en la estación de invierno.



**Figura 10.** Gráfica de relación de precipitación promedio multianual [1981 - 2010] versus elevación [resolución 250 m]  
Fuente: Elaboración propia

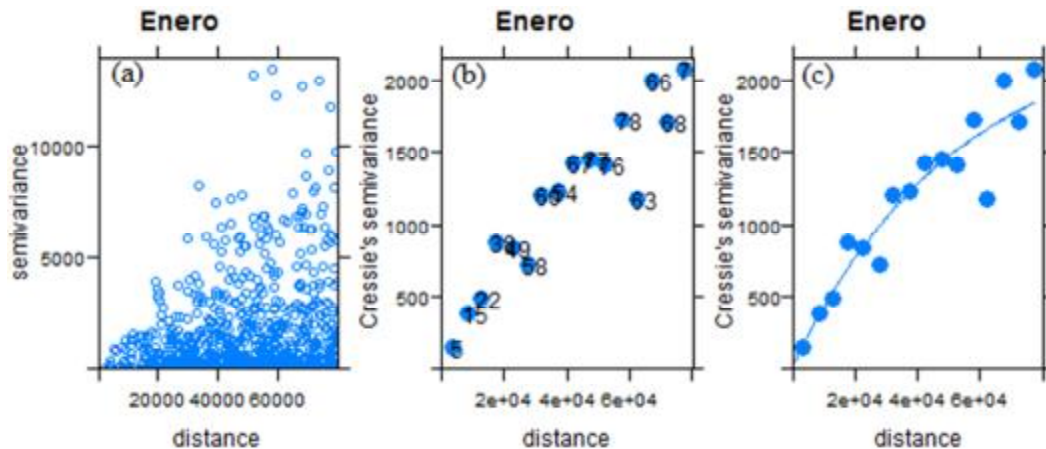
La *Figura 10* demuestra que a escala anual la relación que existe entre la precipitación y la elevación es buena por tanto la elevación es una buena variable predictora que explica el 77% de la variabilidad espacial de la precipitación anual.

### 5.3 Análisis estructural

En esta etapa y par este estudio se realiza únicamente el análisis estructural considerando que el proceso físico de la precipitación es isotrópico, es decir que los variogramas que caracterizan la dependencia espacial de la precipitación es igual en todas las direcciones a la cual se denomina variogramas omnidireccionales.

#### 5.3.1 Análisis estructural KO

Esta etapa consiste en el modelamiento de la dependencia espacial mediante el semivariograma, que comprende primero determinar un semivariograma experimental por ejemplo en la *Figura 11b* se muestra para cada intervalo de 5000 m. un valor de semivariancia promedio de todos los pares de puntos que se encuentran dentro del intervalo, donde el número indica la cantidad total de pares de puntos según el nube de semivariancia *Figura 11a*. esta etapa finaliza con el ajuste de un modelo teórico o matemático como se observa en *Figura 11c* donde al semivariograma experimental para el mes de enero se ajusta por el modelo teórico exponencial donde sus parámetros ( $Nug=25.6$ ,  $psill=2348.7$  y  $range=52263.8$ ) del modelo son estimados mediante el método de mínimos cuadrados generalizados (MCG).



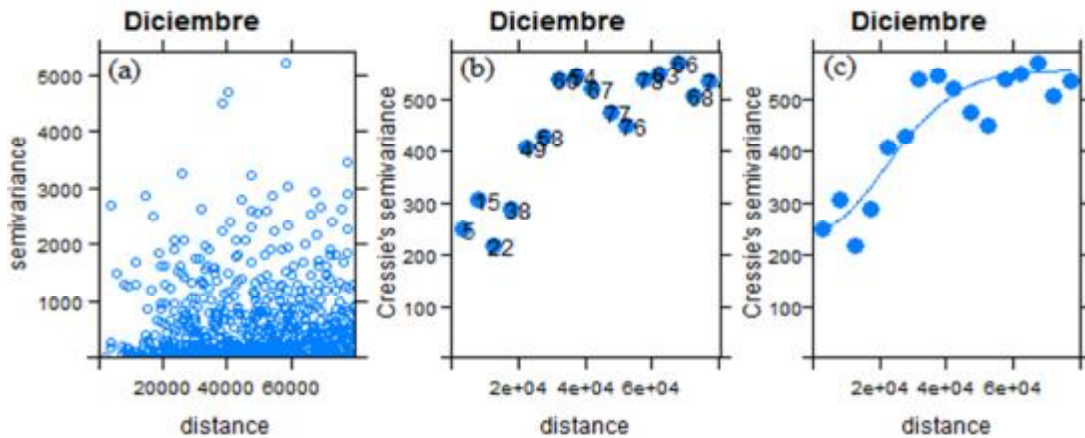
**Figura 11.** Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas para enero. a) Nube de semivariancia de precipitación. b) Semivariograma experimental. c) ajuste de semivariograma experimental por el modelo teórico exponencial

Fuente: Elaboración propia



### 5.3.2 Análisis estructural KED

El análisis estructural para KED es similar como para KO, con la diferencia que el semivariograma experimental se determina para los residuales de la deriva (deriva es una relación lineal entre precipitación y elevación). Por ejemplo para el mes de diciembre en la *Figura 12a* se muestra el nube de semivariancia antes de quitar la deriva, *Figura 12b* se muestra el semivariograma experimental de los residuales producto de la deriva y en la *Figura 12c* se observa el ajuste del modelo teórico Gaussiano (Nug= 222.0, psill= 1381.5 y range= 32336.6); sus parámetros son determinados por MCG.



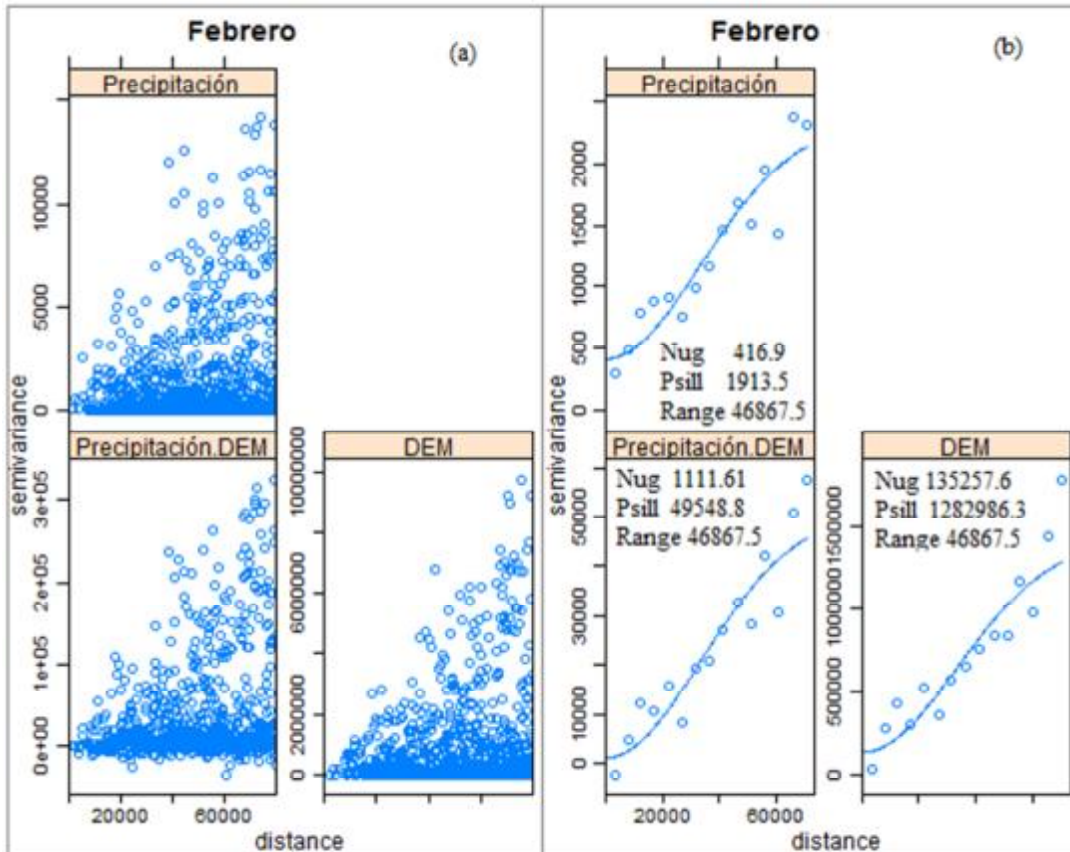
**Figura 12.** Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas residuales para diciembre. a) Nube de semivariancia de precipitación. b) Semivariograma residual experimental. c) Ajuste de semivariograma residual experimental por el modelo teórico Gaussiano

Fuente: Elaboración propia

### 5.3.3 Análisis estructural Co-Ko

El análisis estructural para el Co-Ko consiste en ajustar un modelo teórico al semivariograma experimental de la variable principal (precipitación), covariable (elevación) y al semivariograma del producto de ambas variables denominado semivariograma cruzado como se observa por ejemplo en la *Figura 13*. Cabe señalar que los parámetros del modelo teórico en el Co-Ko son estimadas por el método de modelo lineal de co-regionalización (MLC).

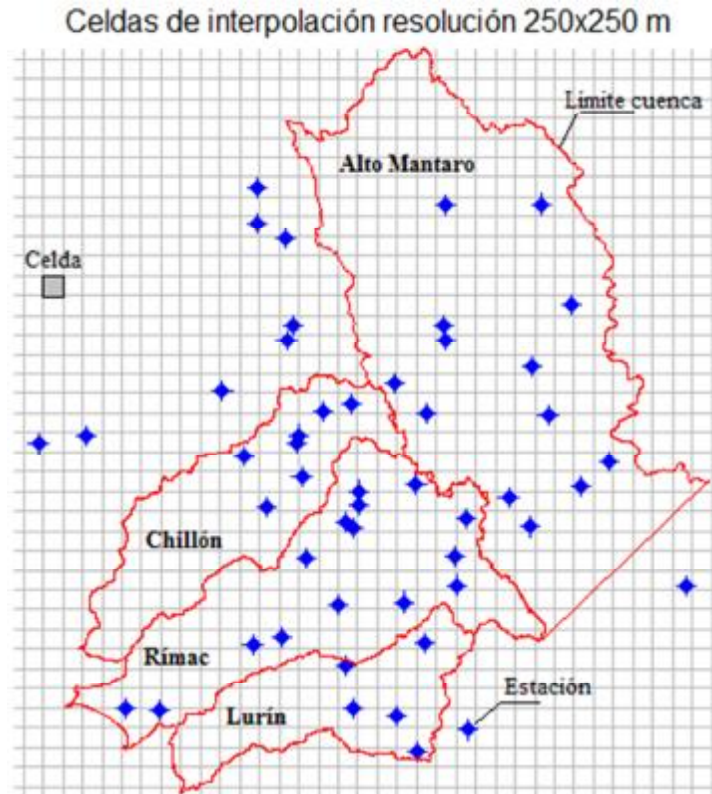
El análisis estructural mostrado para cada técnica de la familia Kriging se realiza en un proceso iterativo para cada mes, estacional y anual y para cada uno de ellos se prueba los modelos teóricos (exponencial, esférico, gaussiano y potencial) de ajuste. La eficiencia de todos los modelos en cada técnica de interpolación se evalúan mediante una validación cruzada determinando para ello algunas medidas de precisión como la raíz del error cuadrático medio (RECM) y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ).



**Figura 13.** Gráfica de análisis estructural mediante semivariogramas para Febrero. a) Nube de semivariancias. b) Ajuste de semivariograma experimental para cada variable y para el semivariograma cruzado por el modelo teórico Gaussiano  
 Fuente: Elaboración propia

## 5.4 Interpolación espacial

En esta etapa el objetivo es regionalizar espacialmente la variable principal (precipitación) a partir de puntos de control conocidos (estaciones de medición). En la *Figura 14* se muestra el esquema de la red de celdas sin data para las cuales se estimará a partir de las estaciones de medición conocidas utilizando las técnicas de interpolación (DIW, KO, KED y Co-Ko).



**Figura 14.** Esquema de regionalización espacial de precipitación a partir de puntos de control conocido.

Fuente: Elaboración propia

En este estudio antes de realizar la interpolación definitiva se ha evaluado la eficiencia de cada técnica para determinar la mejor.

*Nota: Cabe señalar que hasta este ítem del estudio se muestra a manera de ejemplo con valores reales de precipitación, sin embargo para los análisis definitivos de validación cruzada e interpolación se ha trabajado con los valores de precipitación transformados por el logaritmo natural para así evitar valores negativos en la interpolación.*

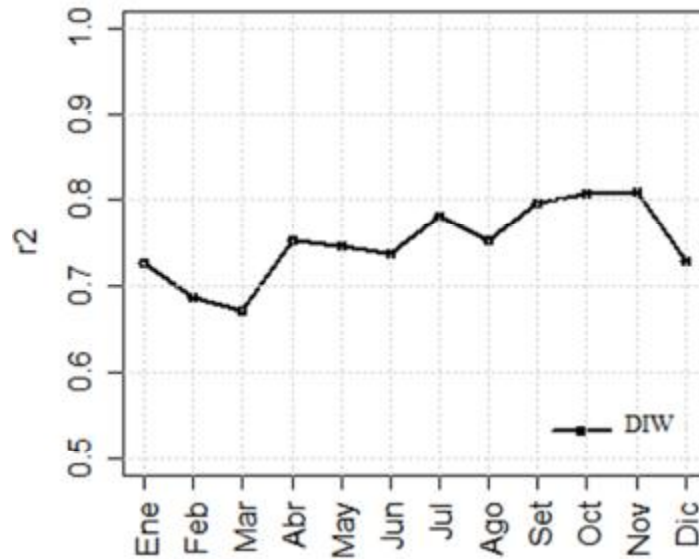
## 5.5 Validación cruzada

En este capítulo se muestra la performance de cada técnica en caracterizar los datos espaciales de precipitación.

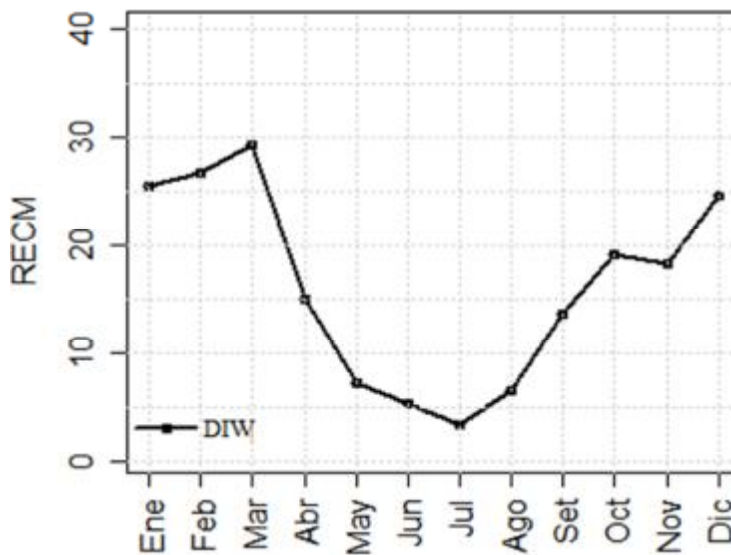
### 5.5.1 Validación cruzada DIW

En la *Figura 15* y *Figura 16* se muestran las medidas de precisión para cada mes. Donde se parecía que la técnica de DIW presenta valores de

R2 por encima de 0.5 alcanzando en los meses de setiembre, octubre y noviembre valores próximos a 0.8. Este es un indicador de la buena eficiencia de esta técnica. Asimismo los valores de RECM que indican la incertidumbre absoluta nos indica que en los meses de mayor precipitación (diciembre, enero, febrero, marzo, abril) es mayor la incertidumbre alcanzado un máximo de 30 mm para el mes de marzo.



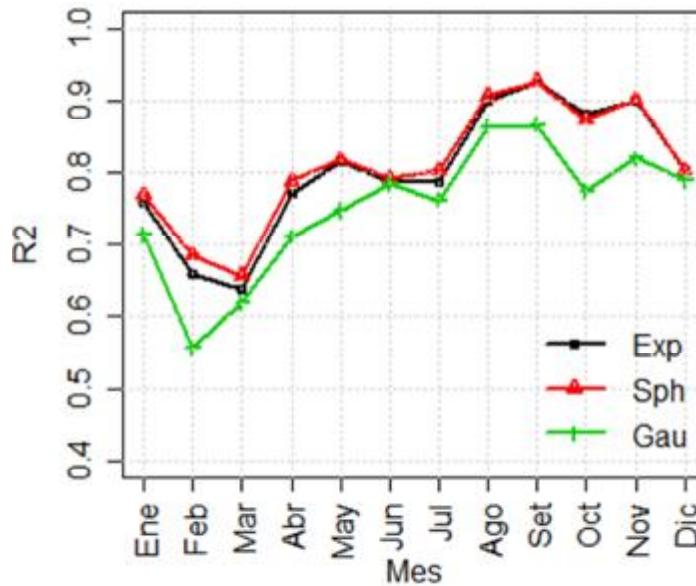
**Figura 15.** Validación cruzada: Coeficientes de determinación – DIW  
Fuente: Elaboración propia



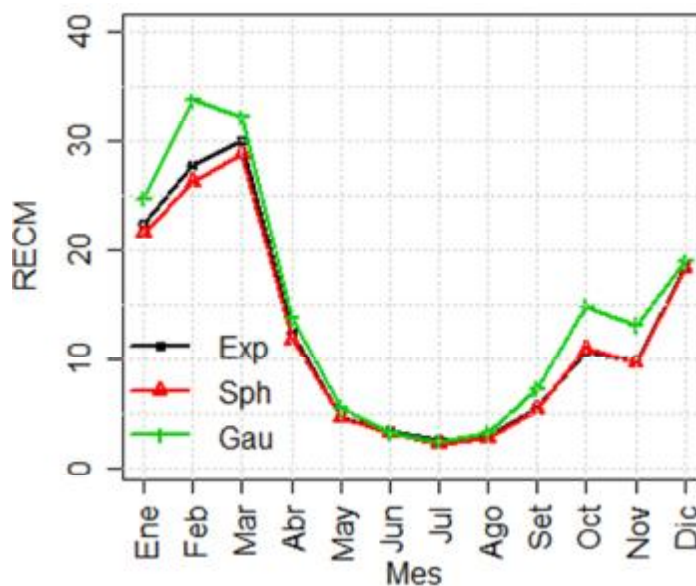
**Figura 16.** Validación cruzada: RECM – DIW  
Fuente: Elaboración propia

### 5.5.2 Validación cruzada KO

La validación cruzada según los valores de  $R^2$  ( $>0.6$ ) muestra que con la técnica del KO utilizando el modelo teórico entre ellas el esférico y exponencial se caracteriza bien los datos espaciales de precipitación en la mayoría de los meses excepto en los meses de febrero y marzo donde la señal es baja. Asimismo los valores de RECM describen mayores (menores) incertidumbres en los meses de mayor (menor) precipitación.



**Figura 17.** Validación cruzada – KO: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma. Fuente: Elaboración propia

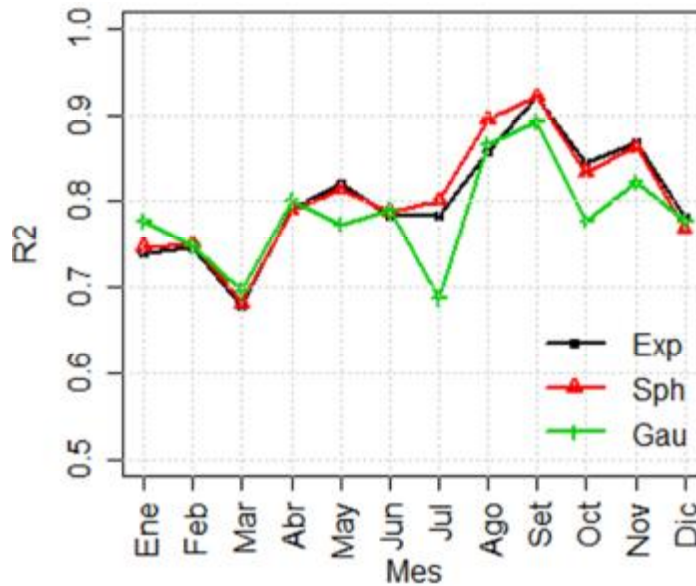


**Figura 18.** Validación cruzada – KO: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma. Fuente: Elaboración propia

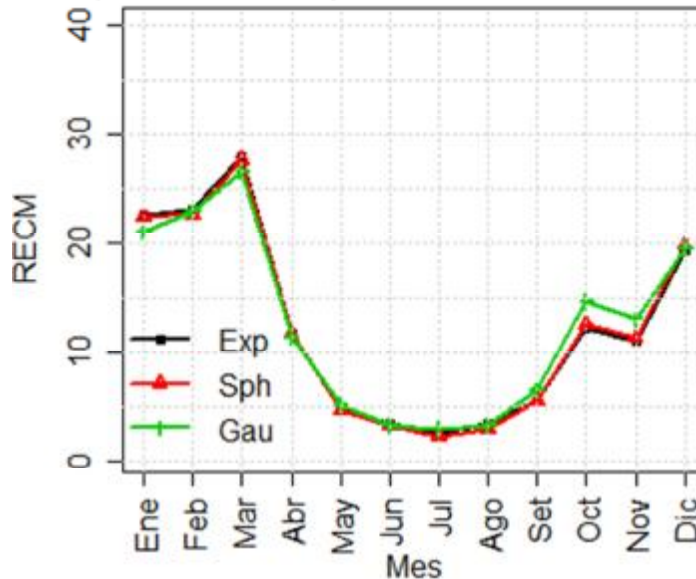


### 5.5.3 Validación cruzada KED

La validación cruzada según los valores de  $R^2$  ( $>0.65$ ) muestra que con la técnica del KED utilizando el modelo teórico entre ellas el esférico, exponencial y Gaussiano se caracteriza bien los datos espaciales de precipitación en la mayoría de los meses excepto en los meses de marzo donde la señal es baja. Asimismo los valores de RECM describen mayores (menores) incertidumbres en los meses de mayor (menor) precipitación.



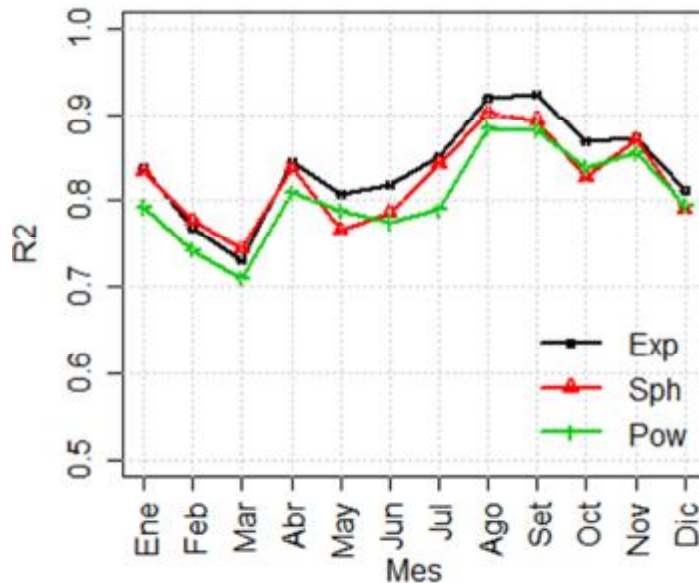
**Figura 19.** Validación cruzada – KED: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma residual. Fuente: Elaboración propia



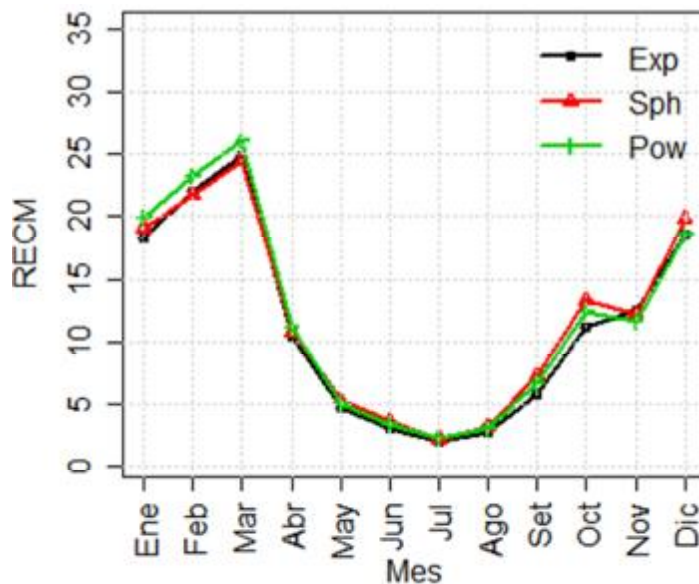
**Figura 20.** Validación cruzada – KED: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma residual. Fuente: Elaboración propia

### 5.5.4 Validación cruzada Co-Ko

La validación cruzada según los valores de  $R^2$  ( $>0.70$ ) muestra que con la técnica del Co-Ko utilizando el modelo teórico entre ellas el esférico, exponencial y Exponencial se caracteriza bien los datos espaciales de precipitación en todos los meses, marzo es la que presenta  $R^2$  más bajo pero mayor a 0.7. Asimismo los valores de RECM describen mayores (menores) incertidumbres en los meses de mayor (menor) precipitación.



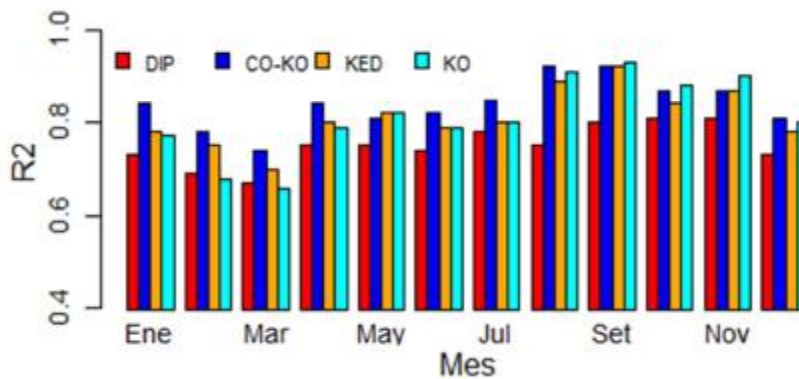
**Figura 21.** Validación cruzada – Co-Ko: Coeficientes de determinación para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma cruzado. Fuente: Elaboración propia



**Figura 22.** Validación cruzada – Co-Ko: RECM para cada mes y modelo teórico de ajuste del semivariograma cruzado. Fuente: Elaboración propia

### 5.5.5 Decisión de la mejor técnica de interpolación

En esta fase se comparan las técnicas de interpolación donde cada técnica de la familia Kriging está representada por sus mejor modelo teórico de ajuste en la caracterización espacial de precipitación, resultado de la validación cruzada. De acuerdo a la *Figura 23* la técnica Co-Ko tiene mejor performance en la mayoría de los meses (enero, febrero, marzo, abril, junio, julio, agosto y diciembre) es decir 8 de 12. En los meses de mayo, setiembre, octubre y noviembre la técnica KO presenta ligeramente mayores valores de  $R^2$  a comparación de Co-Ko y KED. Cabe señalar que con todas las técnicas se tiene eficiencias con valores de  $R^2$  mayores a 0.65 incluido la técnica determinística (DIW) que utiliza únicamente los propios datos para regionalizar.



**Figura 23.** Comparación de técnicas de interpolación según el coeficiente de determinación para cada mes. Fuente: Elaboración propia

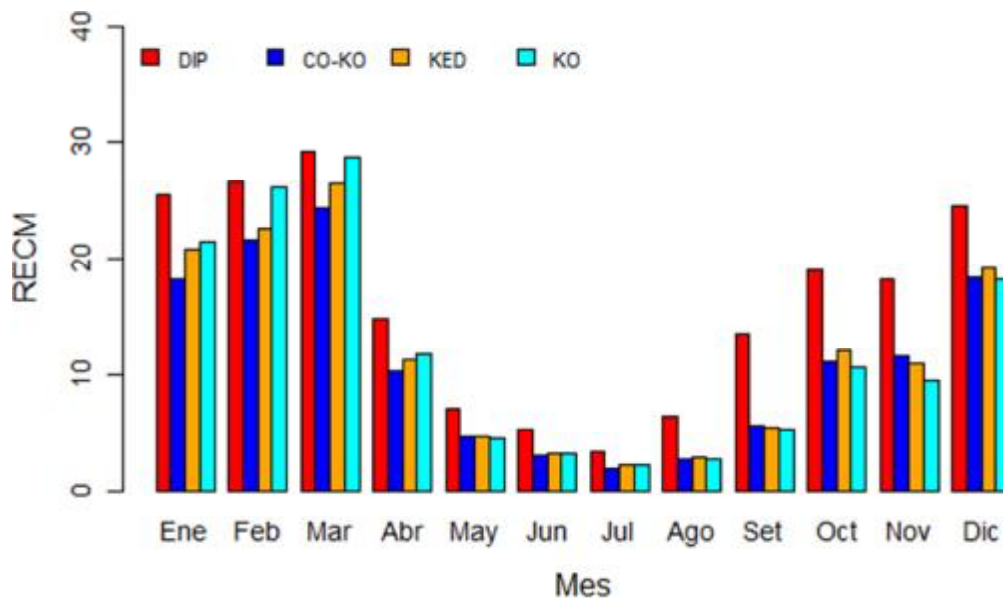
De acuerdo a la *Figura 24*, la RECM que mide la incertidumbre o el error absoluto para cada técnica evaluada, se obtiene que Co-Ko presenta los menores valores de RECM en los meses donde se obtuvo los mejores valores de  $R^2$ , y KO en los meses de mayo, setiembre, octubre y noviembre.

En general en los meses con presencia de mayor precipitación la técnica Co-Ko y KED que hacen uso de la covariable que en este estudio se consideró la elevación, presentan mejores valores de las medidas de precisión, por lo que el impacto de incluir la elevación como variable auxiliar o predictora para caracterizar la distribución espacial de la precipitación es positiva.

En este estudio a partir de los análisis realizados se define la técnica de interpolación Co-Kriging (Co-Ko) como la mejor para caracterizar la



distribución espacial de la precipitación para todos los meses, estaciones del año y anual.



**Figura 24.** Comparación de técnicas de interpolación según la RECM en mm para cada mes. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 2, 3 y 4 se muestra respectivamente los parámetros del mejor semivariograma cruzado (Precipitación – Elevación), semivariograma de Precipitación y semivariograma de Elevación; para cada mes, estación del año y anual. Los parámetros de cada modelo (pepita y meseta) son para los valores transformados de precipitación y elevación. Mientras el parámetro rango ha sido estimada en aproximadamente 47 km, esto quiere decir que en la interpolación para conocer el valor de una celda intervendrán las estaciones que se encuentran dentro del rango para su estimación.

SSErr (Sum of Squares error) es la bondad de ajuste del modelo teórico a los respectivos semivariogramas experimentales, determinados mediante el modelo lineal de co-regionalización (MLC). RECM y  $R^2$  son las medidas de precisión resultado de la validación cruzada.

En la *Figura 26* y *Figura 25* se muestran los semivariogramas utilizados para la interpolación. En la

Figura 27 a Figura 29 se muestra los gráficos de cuantiles estimados y observados a partir de una validación cruzada, para verificar la eficiencia de la técnica de interpolación Co-Ko, estas figuras muestran los altos rendimientos ( $R^2 > 0.73$ ) de la técnica para caracterizar la distribución espacial de la precipitación tanto nivel mensual, estacional y anual.

Tabla 2.. Parámetros de semivariograma cruzado de precipitación – elevación

N°	Month	Model	Nugget	Sill	Range	SSErr	RSQR	RMSD
	Mes	Modelo	Pepita	Meseta	Rango	SSErr	R <sup>2</sup>	RECM
1	Ene	Exp	-0.0515	0.7323867	46867.5	3.64E-08	0.84	18.25
2	Feb	Sph	-0.0404	0.3772462	46867.5	4.80E-08	0.78	21.7
3	Mar	Sph	-0.045	0.4379343	46867.5	5.83E-08	0.74	24.42
4	Abr	Exp	-0.0443	0.7716142	46867.5	2.64E-08	0.84	10.42
5	May	Exp	-0.0203	0.4413357	46867.5	4.69E-09	0.81	4.74
6	Jun	Exp	-0.0055	0.1718136	46867.5	1.23E-09	0.82	3.09
7	Jul	Exp	0.0064	0.0968179	46867.5	1.57E-09	0.85	1.97
8	Ago	Exp	0.0034	0.2117564	46867.5	2.73E-09	0.92	2.71
9	Sep	Exp	-0.0189	0.4928966	46867.5	4.01E-09	0.92	5.68
10	Oct	Exp	-0.0376	0.7454922	46867.5	1.83E-08	0.87	11.22
11	Nov	Exp	-0.0395	0.7709799	46867.5	2.07E-08	0.87	12.58
12	Dic	Exp	-0.051	0.7529862	46867.5	2.73E-08	0.81	18.52
13	DEF	Exp	-0.0548	0.7506924	46867.5	3.96E-08	0.84	52.88
14	MAM	Exp	-0.0526	0.7854855	46867.5	3.75E-08	0.82	33.37

15	JJA	Exp	0.0043	0.2187983	46867.5	4.80E-09	0.91	6.59
16	SON	Exp	-0.0404	0.8092814	46867.5	1.88E-08	0.9	25.53
17	Annual	Exp	-0.0482	0.7285094	46867.5	2.79E-08	0.86	112.27

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.. Parámetros de semivariograma de precipitación.

N°	Month	Model	Nugget	Sill	Range	SSErr	RSQR	RMSD
	Mes	Modelo	Pepita	Meseta	Rango	SSErr	R <sup>2</sup>	RECM
1	Ene	Exp	-0.0515	0.7323867	46867.5	3.64E-08	0.84	18.25
2	Feb	Sph	-0.0404	0.3772462	46867.5	4.80E-08	0.78	21.7
3	Mar	Sph	-0.045	0.4379343	46867.5	5.83E-08	0.74	24.42
4	Abr	Exp	-0.0443	0.7716142	46867.5	2.64E-08	0.84	10.42
5	May	Exp	-0.0203	0.4413357	46867.5	4.69E-09	0.81	4.74
6	Jun	Exp	-0.0055	0.1718136	46867.5	1.23E-09	0.82	3.09
7	Jul	Exp	0.0064	0.0968179	46867.5	1.57E-09	0.85	1.97
8	Ago	Exp	0.0034	0.2117564	46867.5	2.73E-09	0.92	2.71
9	Sep	Exp	-0.0189	0.4928966	46867.5	4.01E-09	0.92	5.68
10	Oct	Exp	-0.0376	0.7454922	46867.5	1.83E-08	0.87	11.22
11	Nov	Exp	-0.0395	0.7709799	46867.5	2.07E-08	0.87	12.58
12	Dic	Exp	-0.051	0.7529862	46867.5	2.73E-08	0.81	18.52
13	DEF	Exp	-0.0548	0.7506924	46867.5	3.96E-08	0.84	52.88
14	MAM	Exp	-0.0526	0.7854855	46867.5	3.75E-08	0.82	33.37
15	JJA	Exp	0.0043	0.2187983	46867.5	4.80E-09	0.91	6.59
16	SON	Exp	-0.0404	0.8092814	46867.5	1.88E-08	0.9	25.53
17	Annual	Exp	-0.0482	0.7285094	46867.5	2.79E-08	0.86	112.27

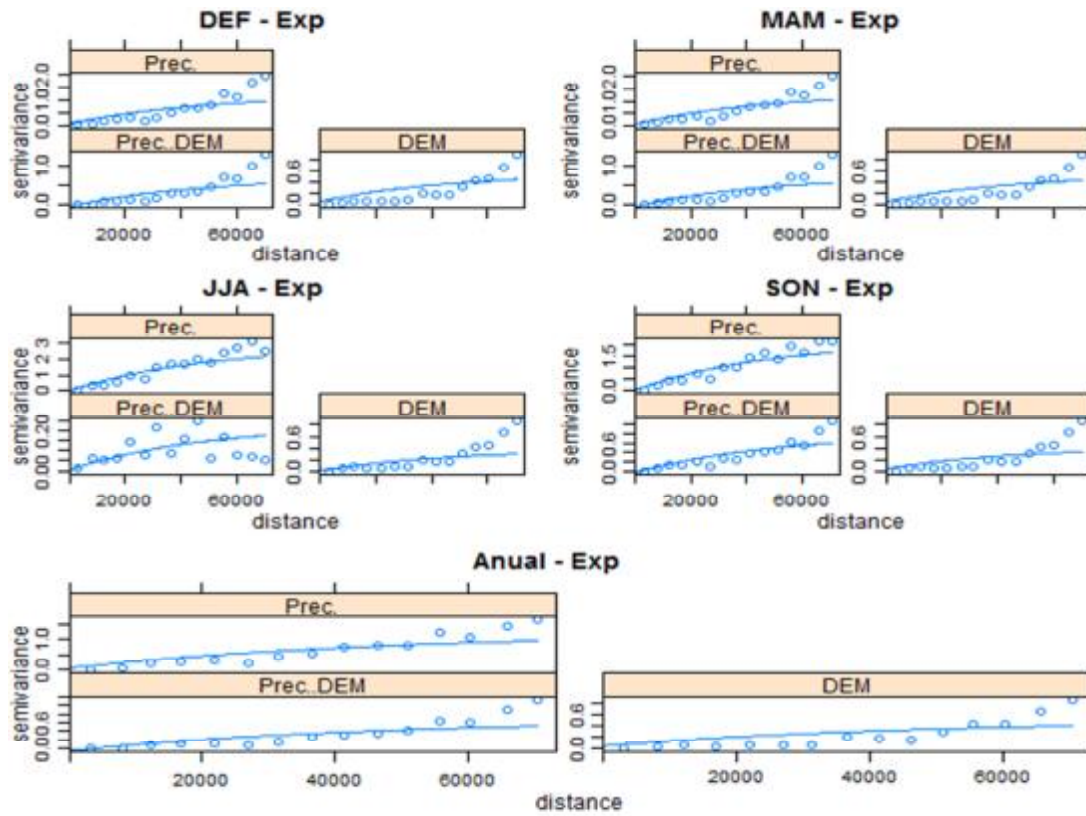
Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.. Parámetros de semivariograma de elevación

N°	Month	Model	Nugget	Sill	Range	SSErr	RSQR	RMSD
	Mes	Modelo	Pepita	Meseta	Rango	SSErr	R <sup>2</sup>	RECM
1	Ene	Exp	-0.0515	0.7323867	46867.5	3.64E-08	0.84	18.25
2	Feb	Sph	-0.0404	0.3772462	46867.5	4.80E-08	0.78	21.7
3	Mar	Sph	-0.045	0.4379343	46867.5	5.83E-08	0.74	24.42
4	Abr	Exp	-0.0443	0.7716142	46867.5	2.64E-08	0.84	10.42
5	May	Exp	-0.0203	0.4413357	46867.5	4.69E-09	0.81	4.74
6	Jun	Exp	-0.0055	0.1718136	46867.5	1.23E-09	0.82	3.09
7	Jul	Exp	0.0064	0.0968179	46867.5	1.57E-09	0.85	1.97
8	Ago	Exp	0.0034	0.2117564	46867.5	2.73E-09	0.92	2.71
9	Sep	Exp	-0.0189	0.4928966	46867.5	4.01E-09	0.92	5.68
10	Oct	Exp	-0.0376	0.7454922	46867.5	1.83E-08	0.87	11.22
11	Nov	Exp	-0.0395	0.7709799	46867.5	2.07E-08	0.87	12.58
12	Dic	Exp	-0.051	0.7529862	46867.5	2.73E-08	0.81	18.52
13	DEF	Exp	-0.0548	0.7506924	46867.5	3.96E-08	0.84	52.88
14	MAM	Exp	-0.0526	0.7854855	46867.5	3.75E-08	0.82	33.37
15	JJA	Exp	0.0043	0.2187983	46867.5	4.80E-09	0.91	6.59

16	SON	Exp	-0.0404	0.8092814	46867.5	1.88E-08	0.9	25.53
17	Annual	Exp	-0.0482	0.7285094	46867.5	2.79E-08	0.86	112.27

Fuente: Elaboración propia



**Figura 25.** Modelo de ajuste de semivariograma cruzado para cada estación del año y el anual  
 Fuente: Elaboración propia

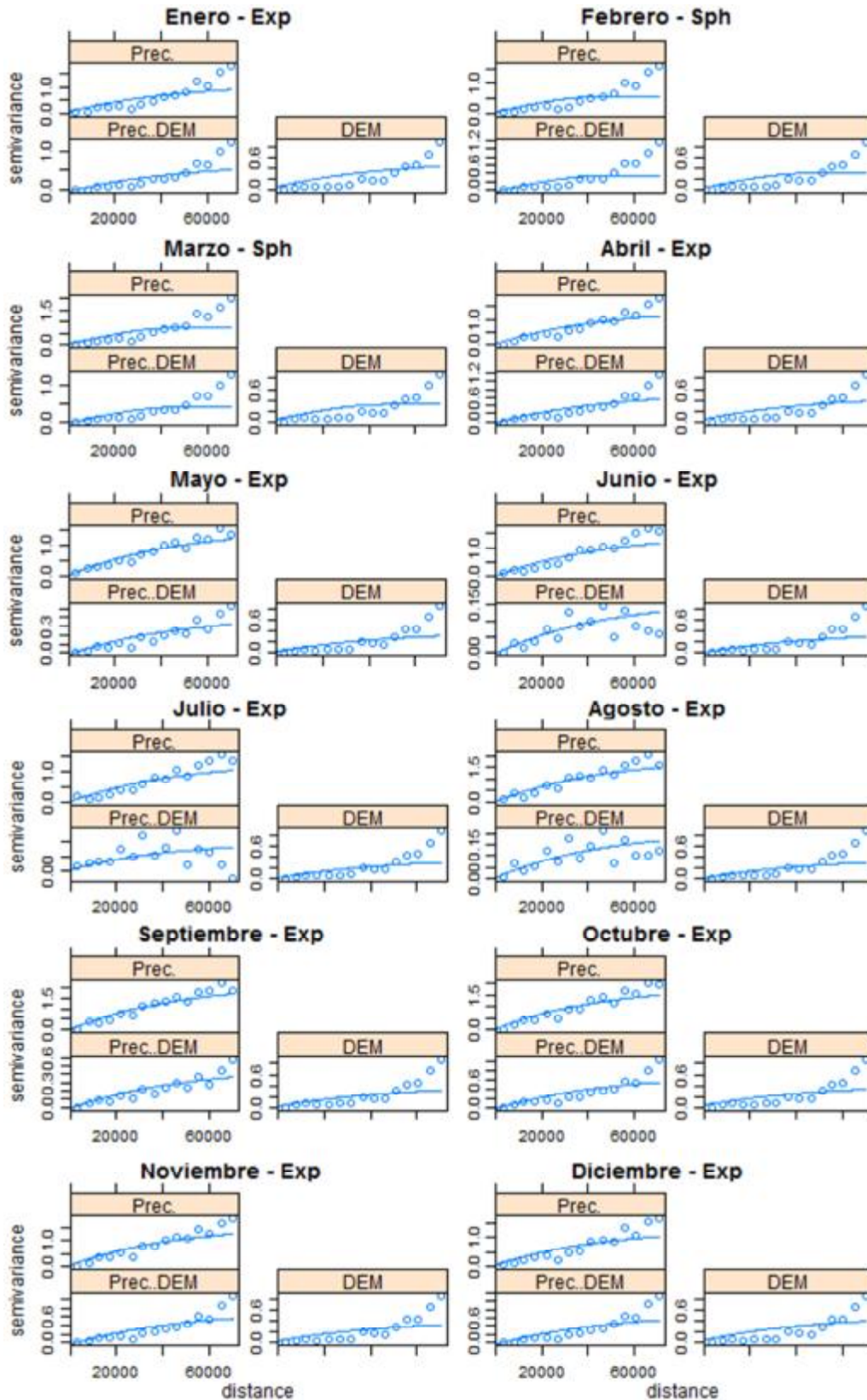
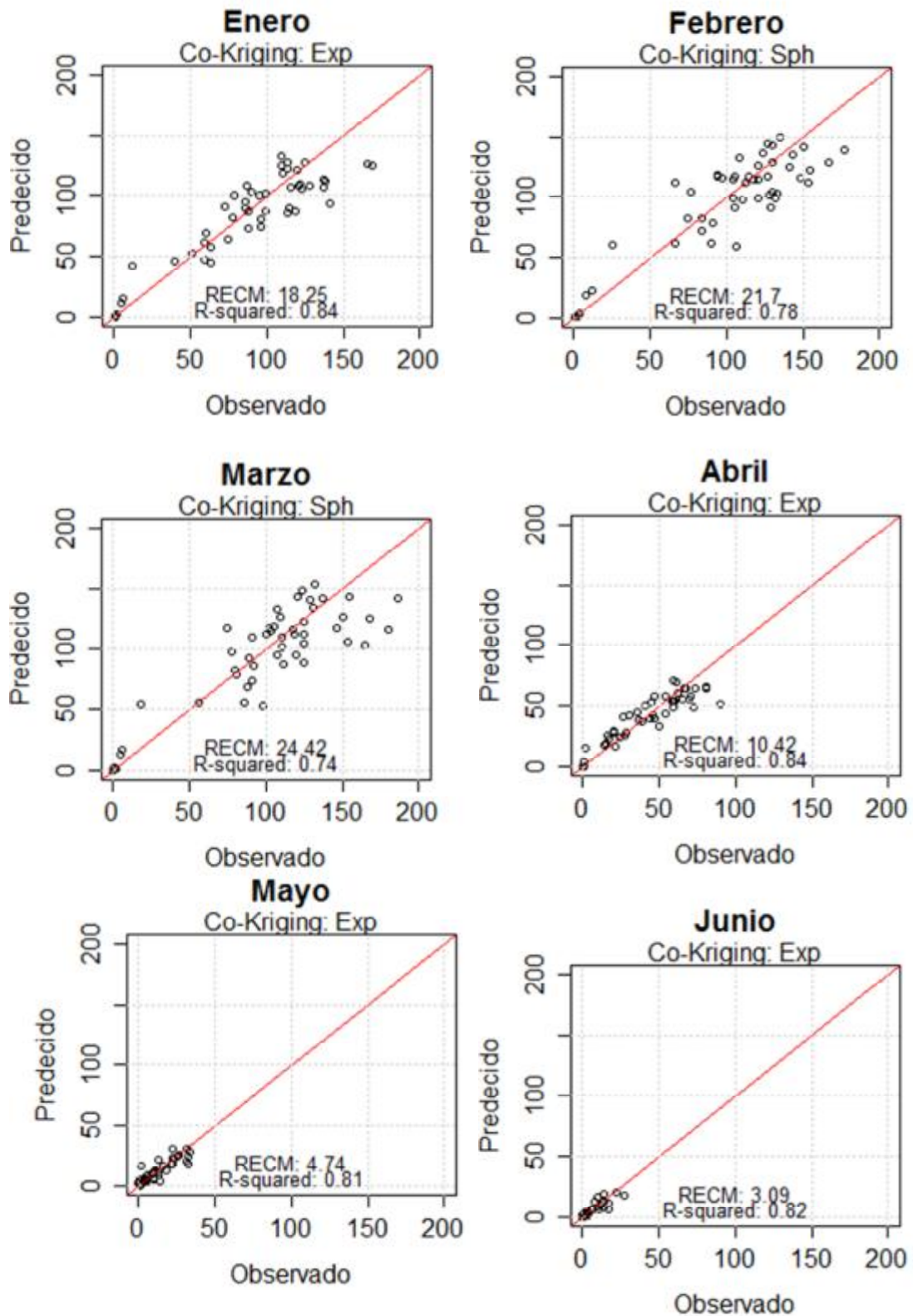


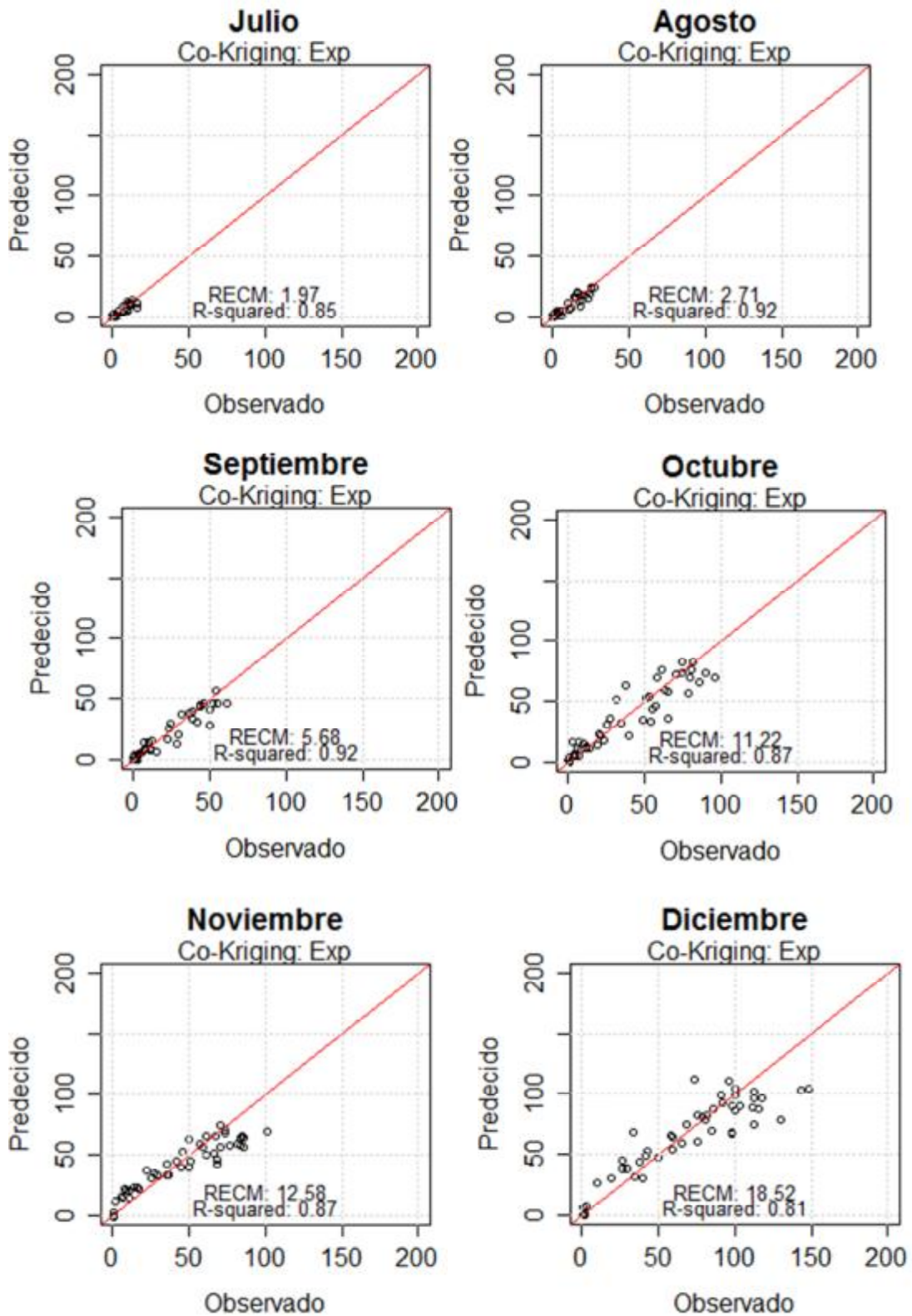
Figura 26. Modelo de ajuste de semivariograma cruzado para cada mes

Fuente: Elaboración propia



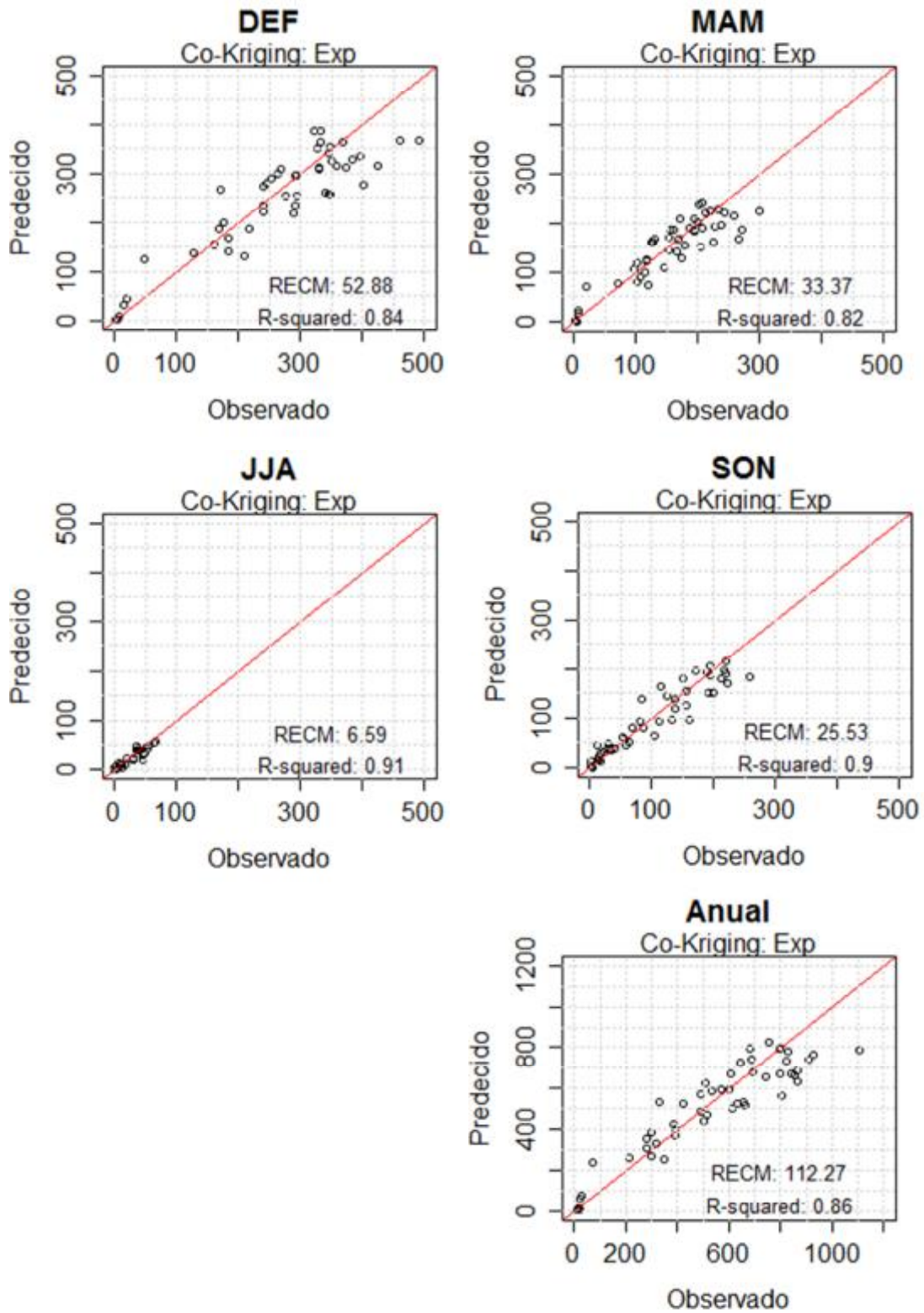


**Figura 27.** Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm (enero – junio). Fuente: Elaboración propia



**Figura 28.** Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm (julio – diciembre). Fuente: Elaboración propia

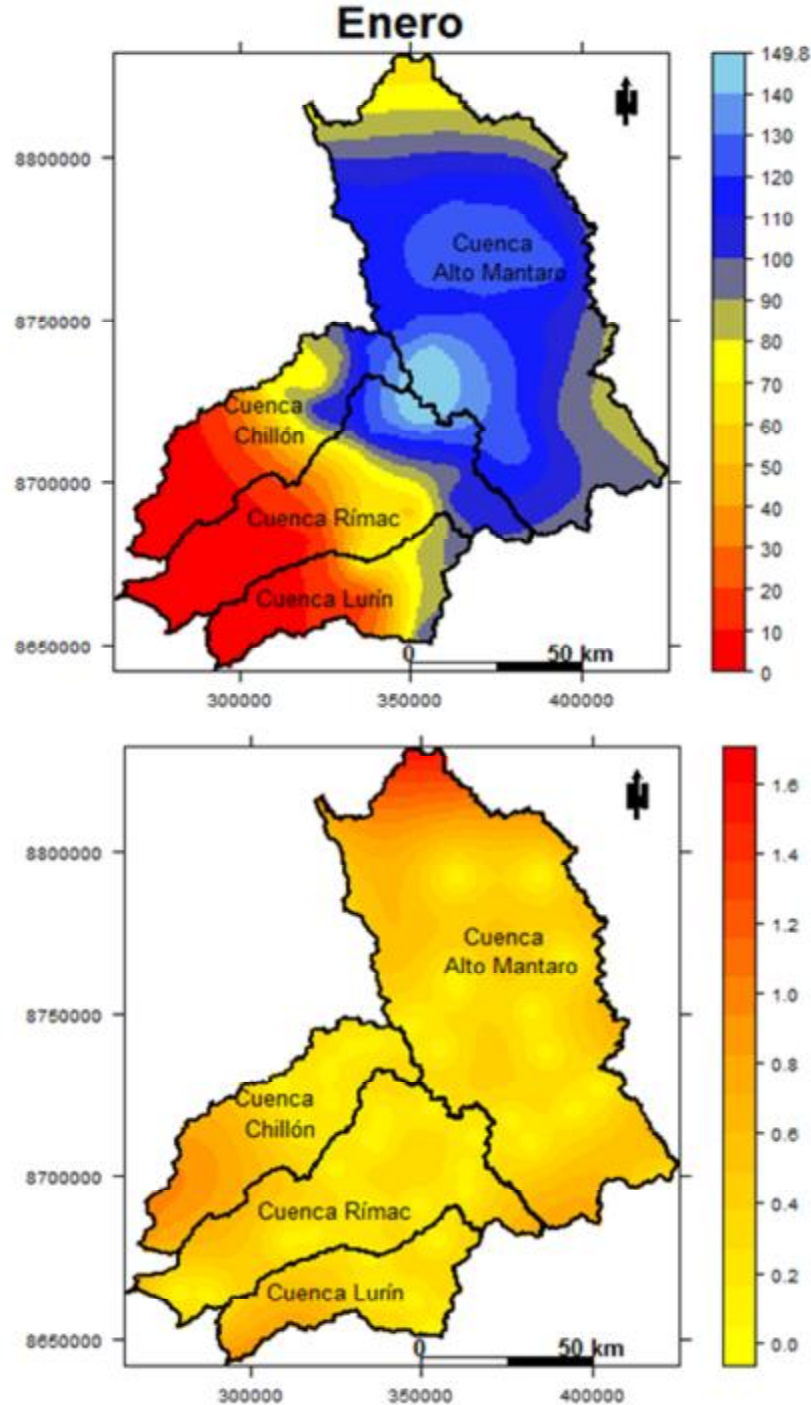




**Figura 29.** Validación cruzada: gráfico de cuantiles de precipitación observada y estimada en mm para las estaciones del año y anual. Fuente: Elaboración propia

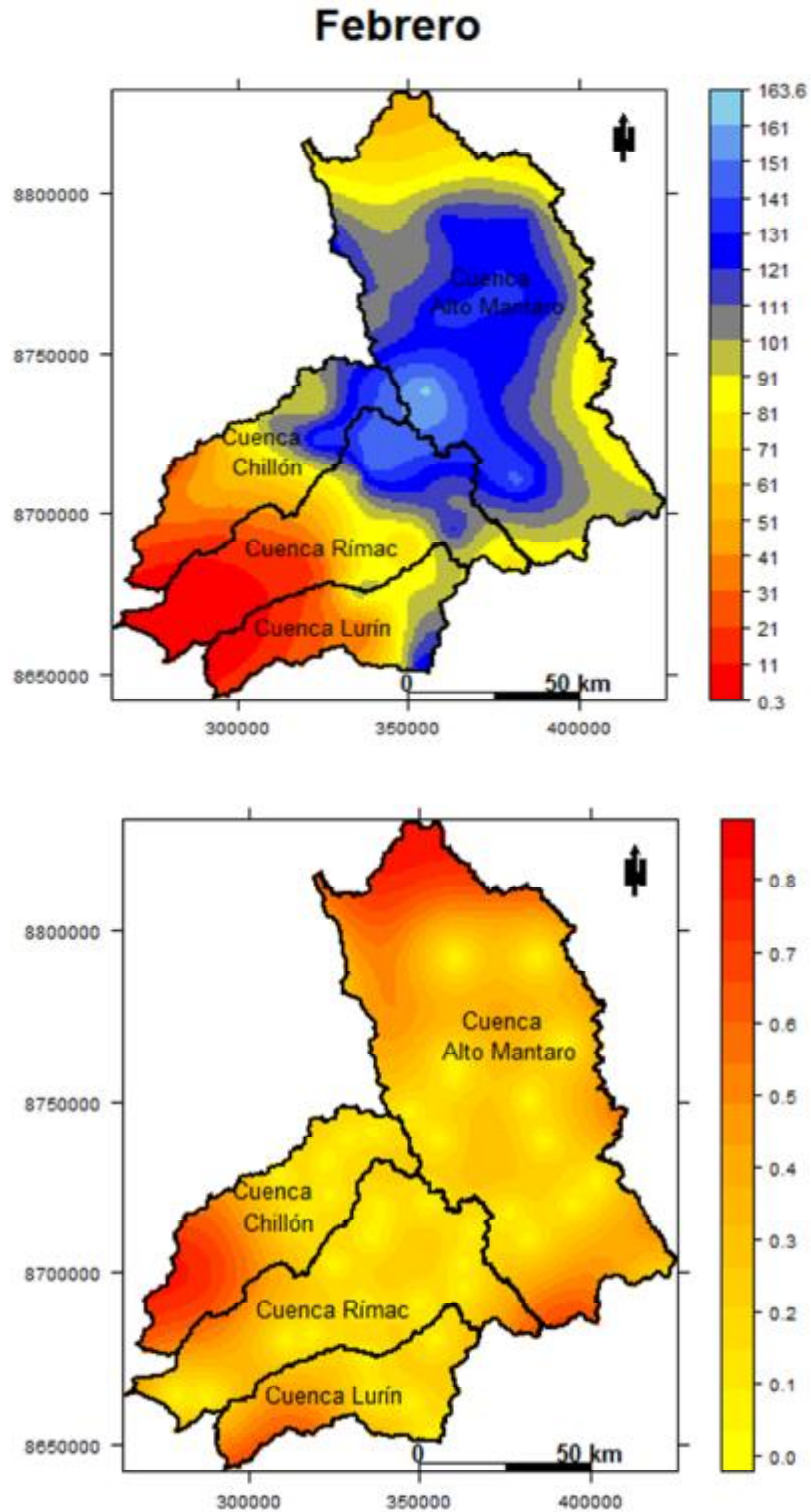
## 5.6 Mapas de precipitación

En este ítem se presentan los mapas de precipitación promedio multimensual del periodo 1981 – 2010. Para cada mes, estación del año y anual.

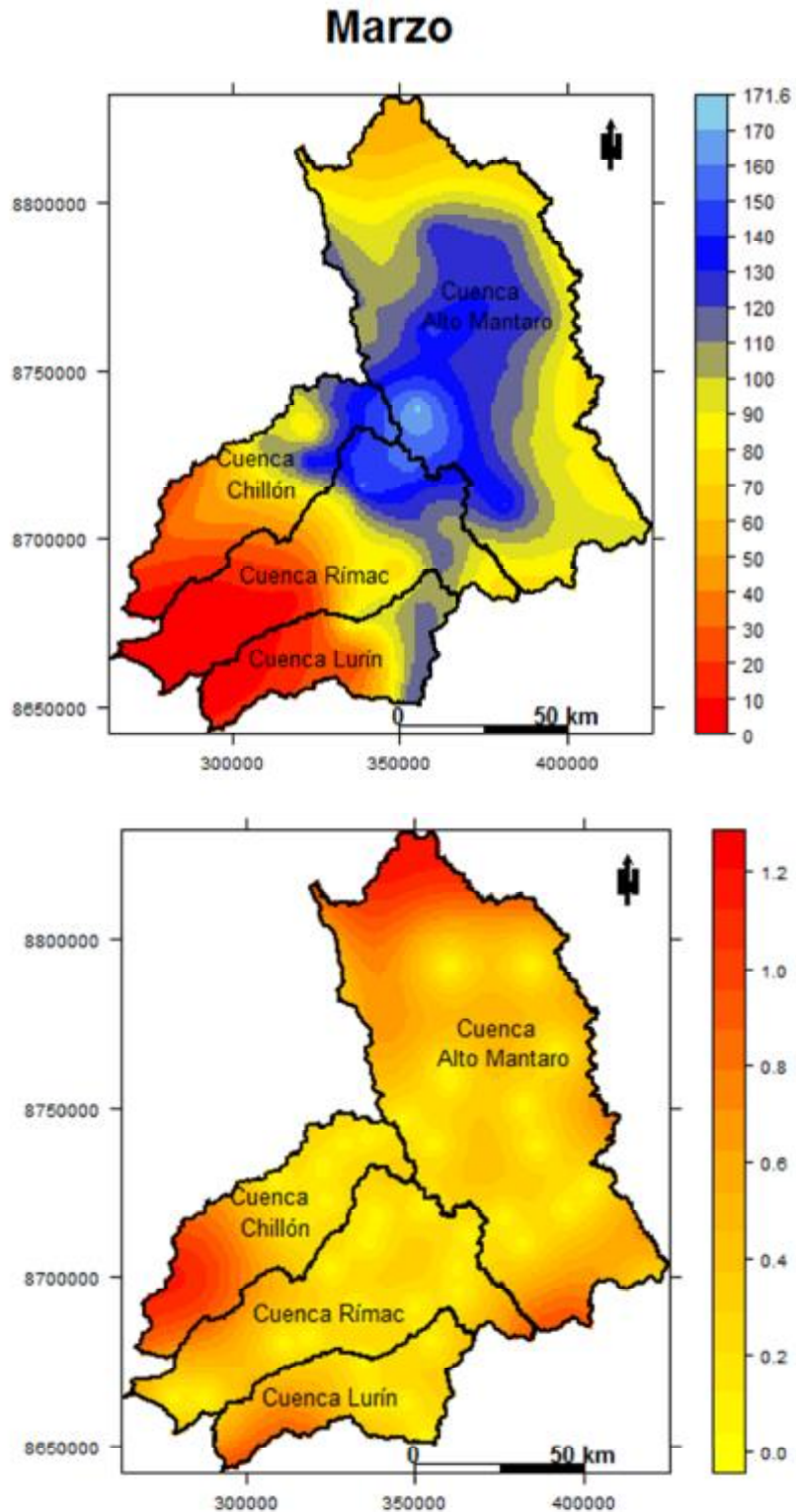


**Figura 30.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [enero 1981 – 2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

Fuente: Elaboración propia



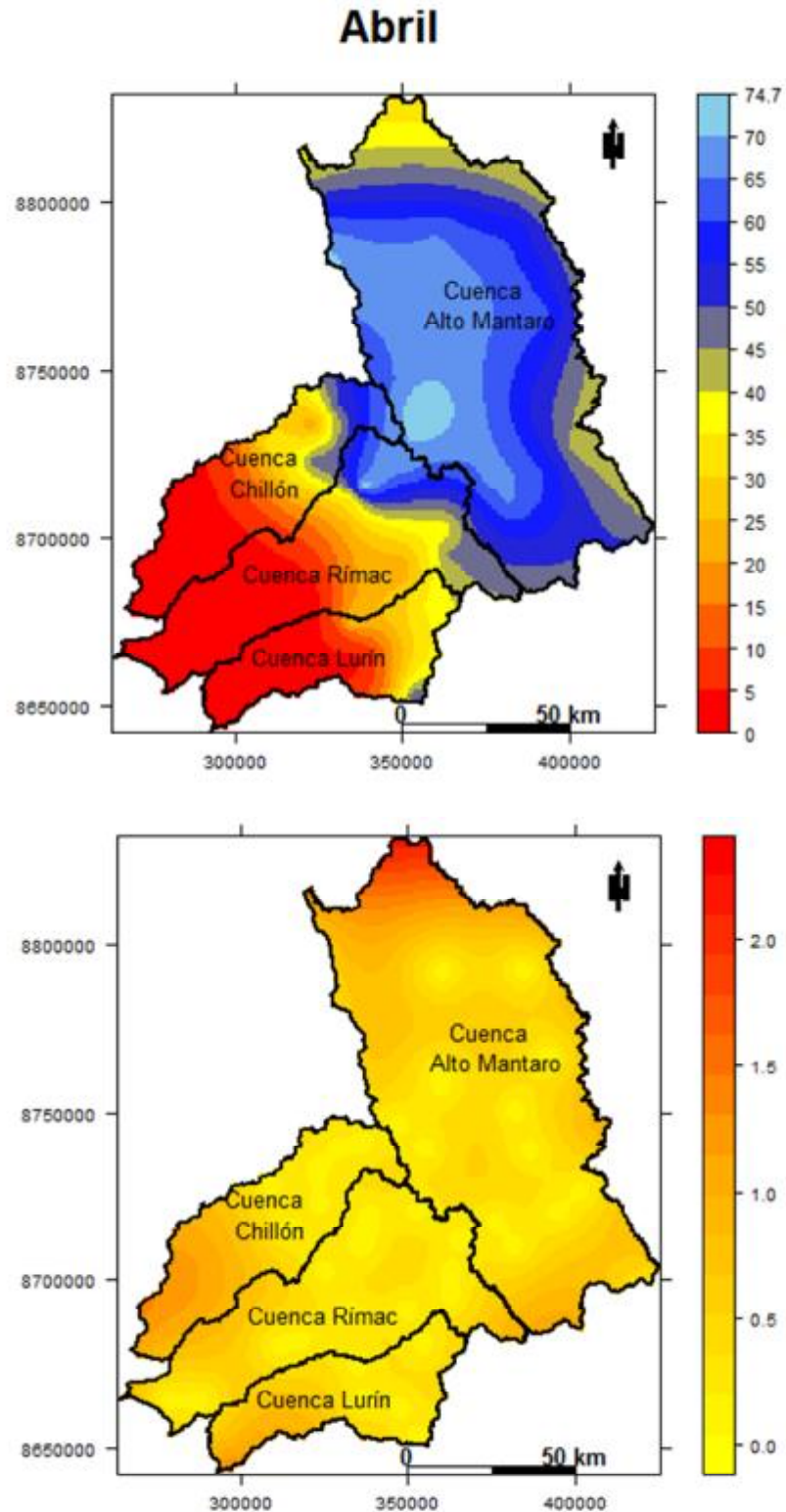
**Figura 31.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Febrero 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia



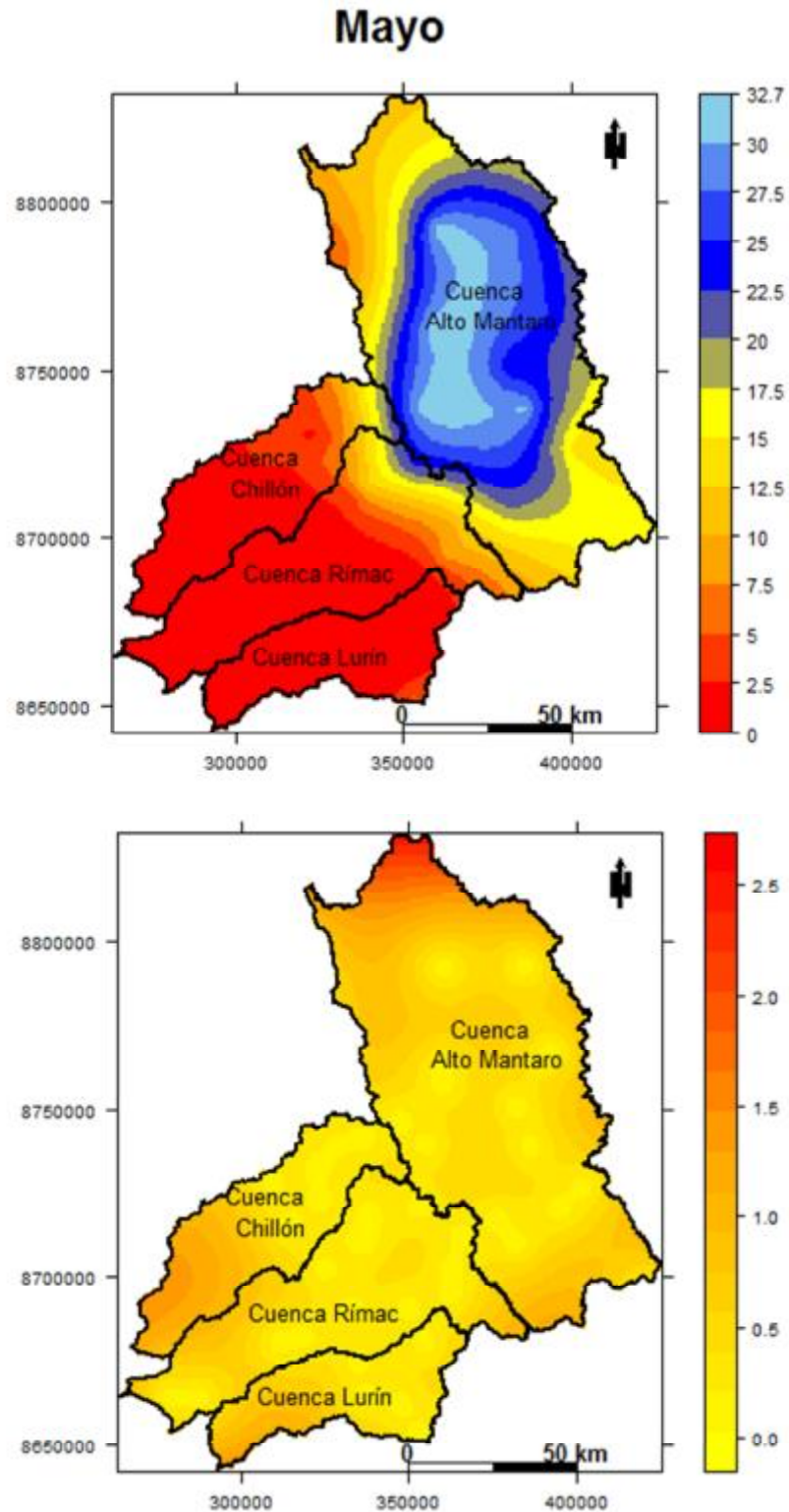
**Figura 32.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Marzo 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

Fuente: Elaboración propia





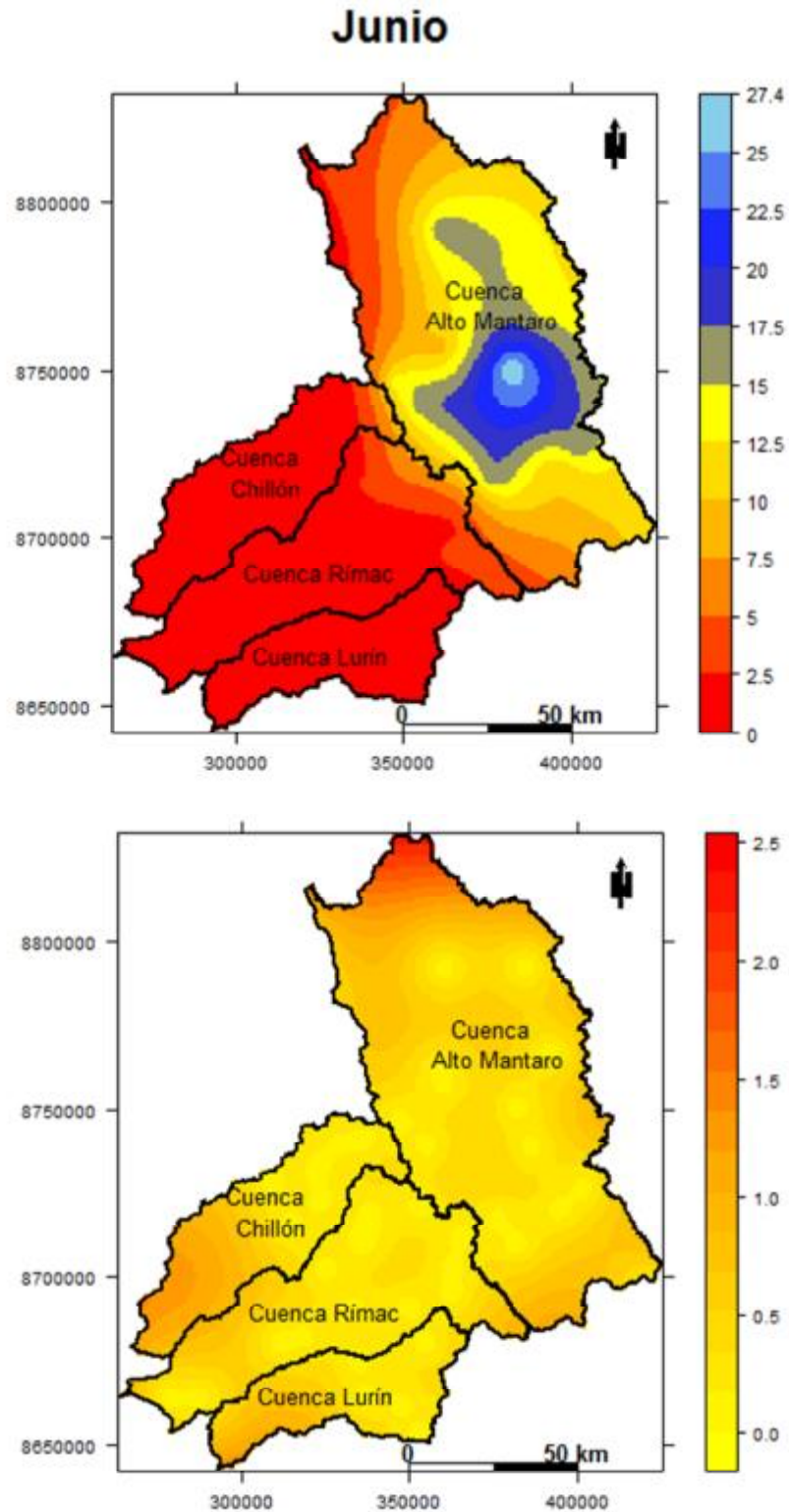
**Figura 33.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Abril 1981–2010].  
Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial  
Fuente: Elaboración propia



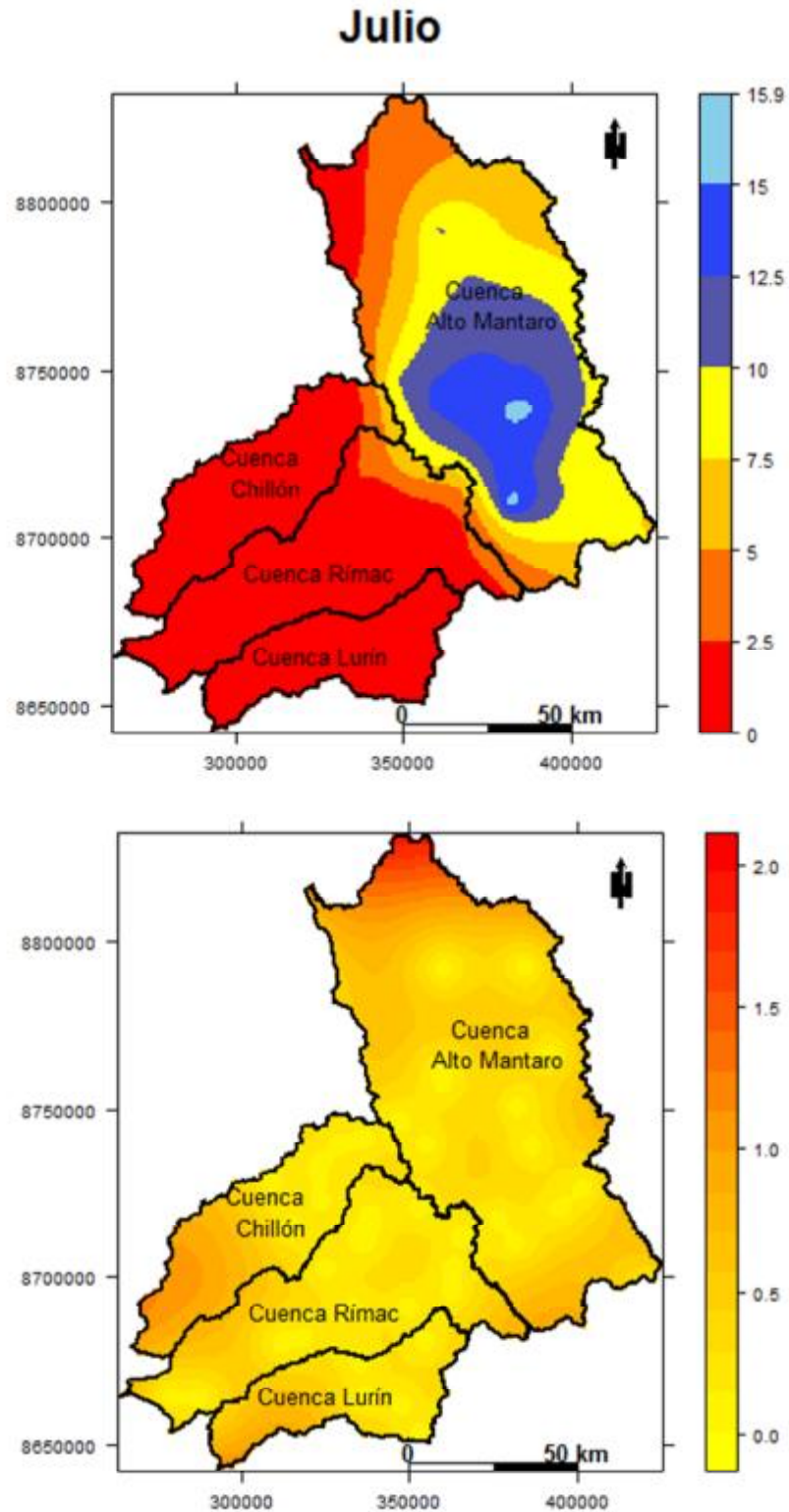
**Figura 34.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Mayo 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

Fuente: Elaboración propia

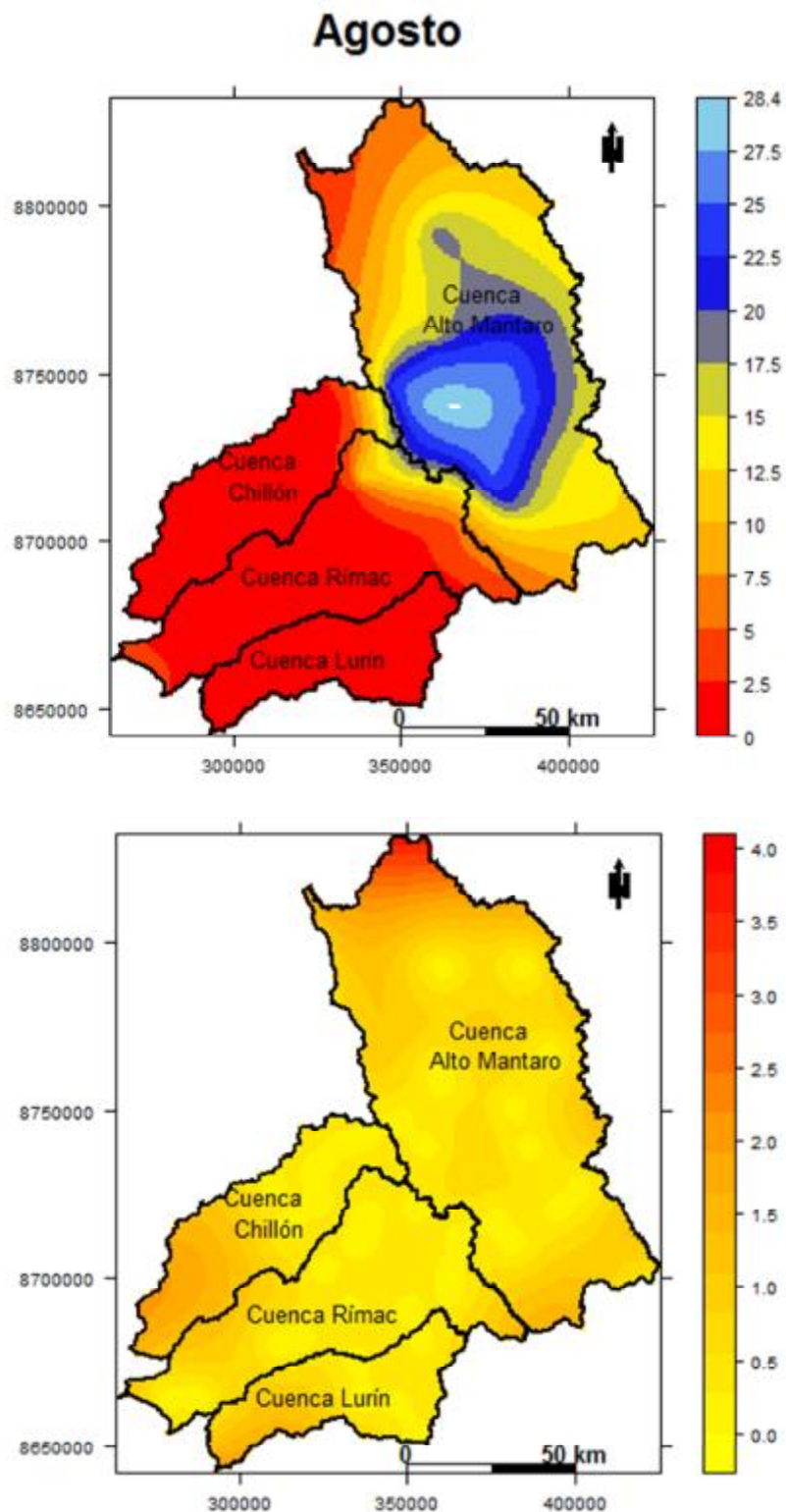




**Figura 35.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Junio 1981–2010].  
Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial  
Fuente: Elaboración propia



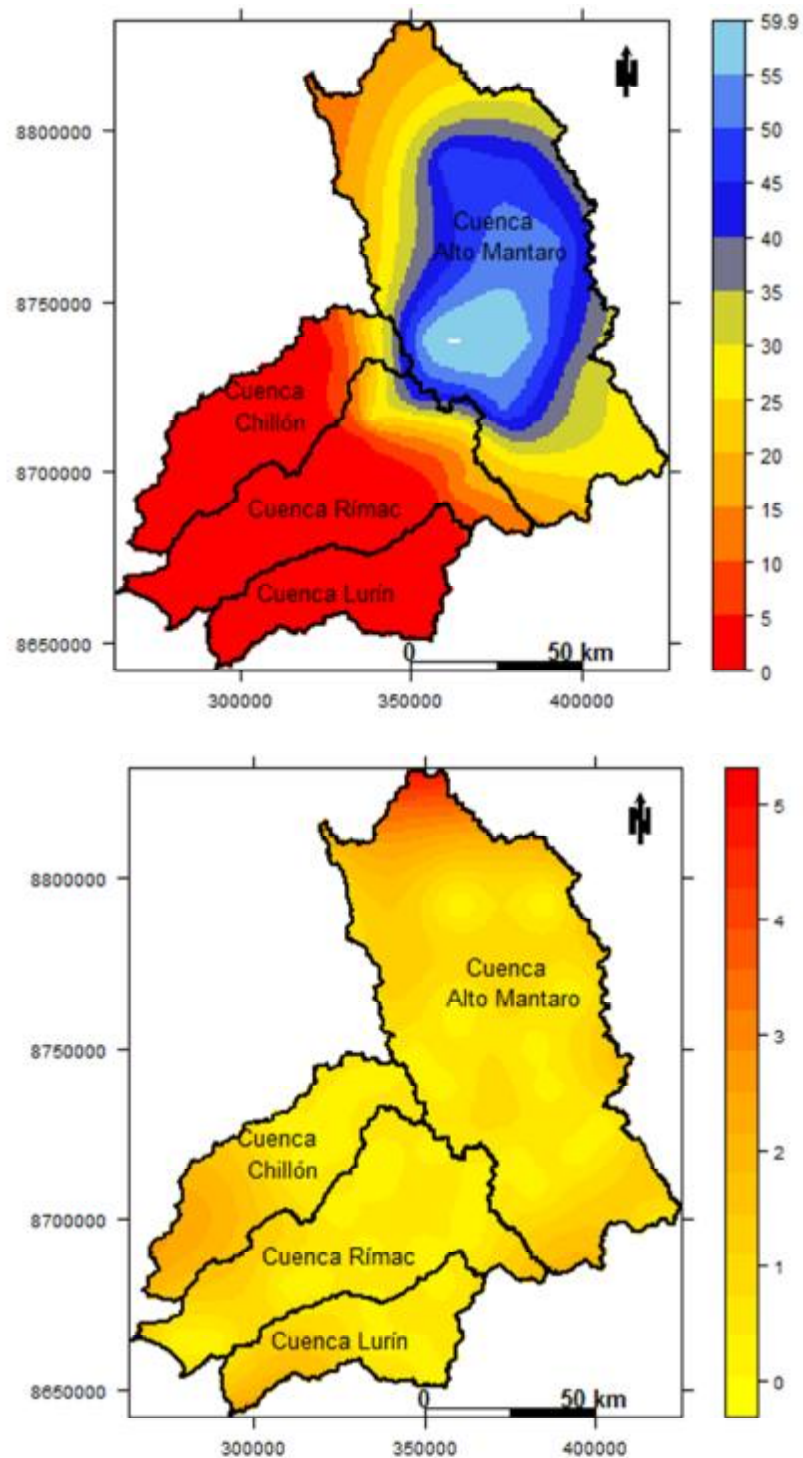
**Figura 36.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Julio 1981–2010].  
Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial  
Fuente: Elaboración propia



**Figura 37.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Agosto 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

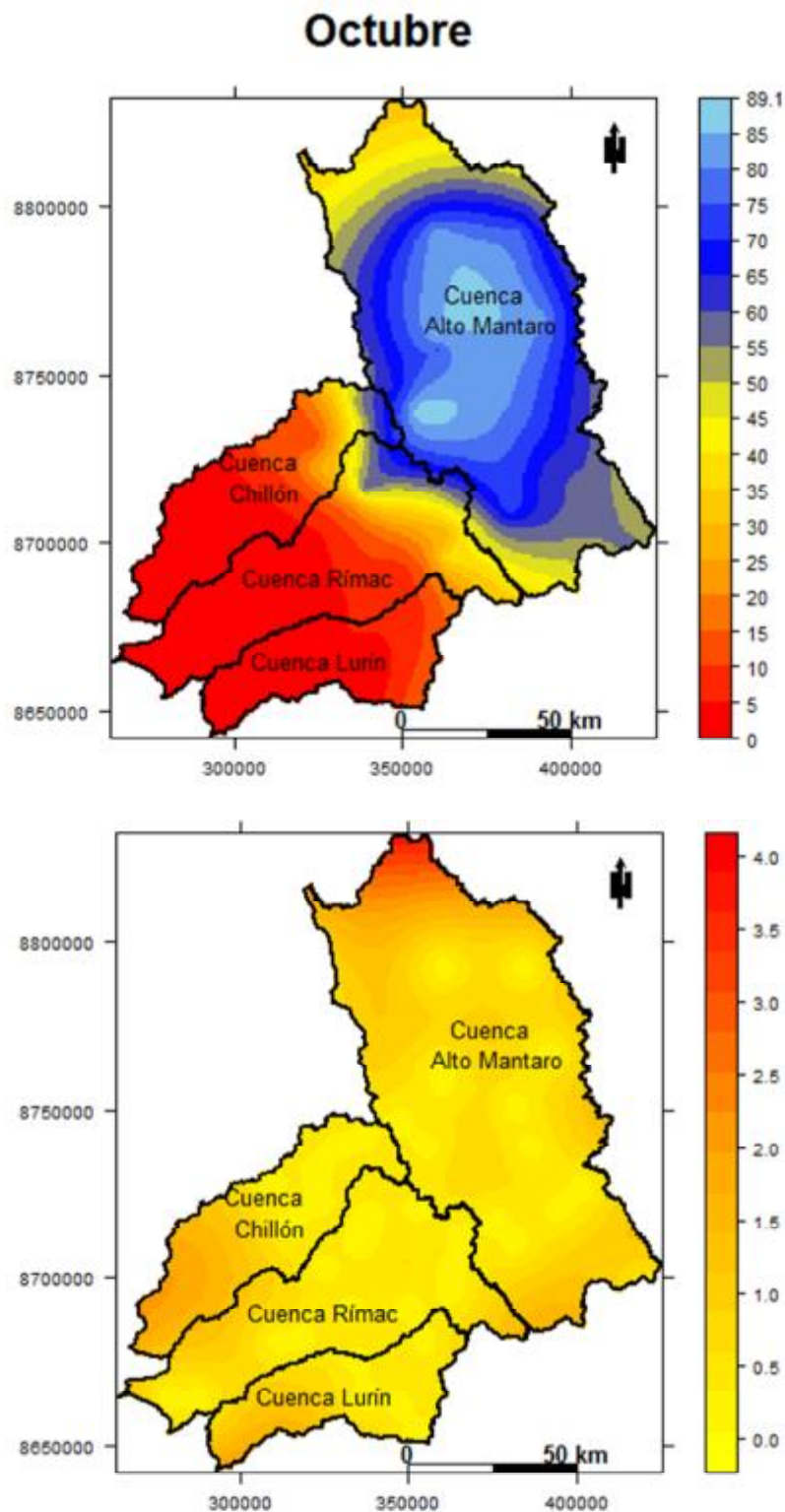
Fuente: Elaboración propia

## Septiembre



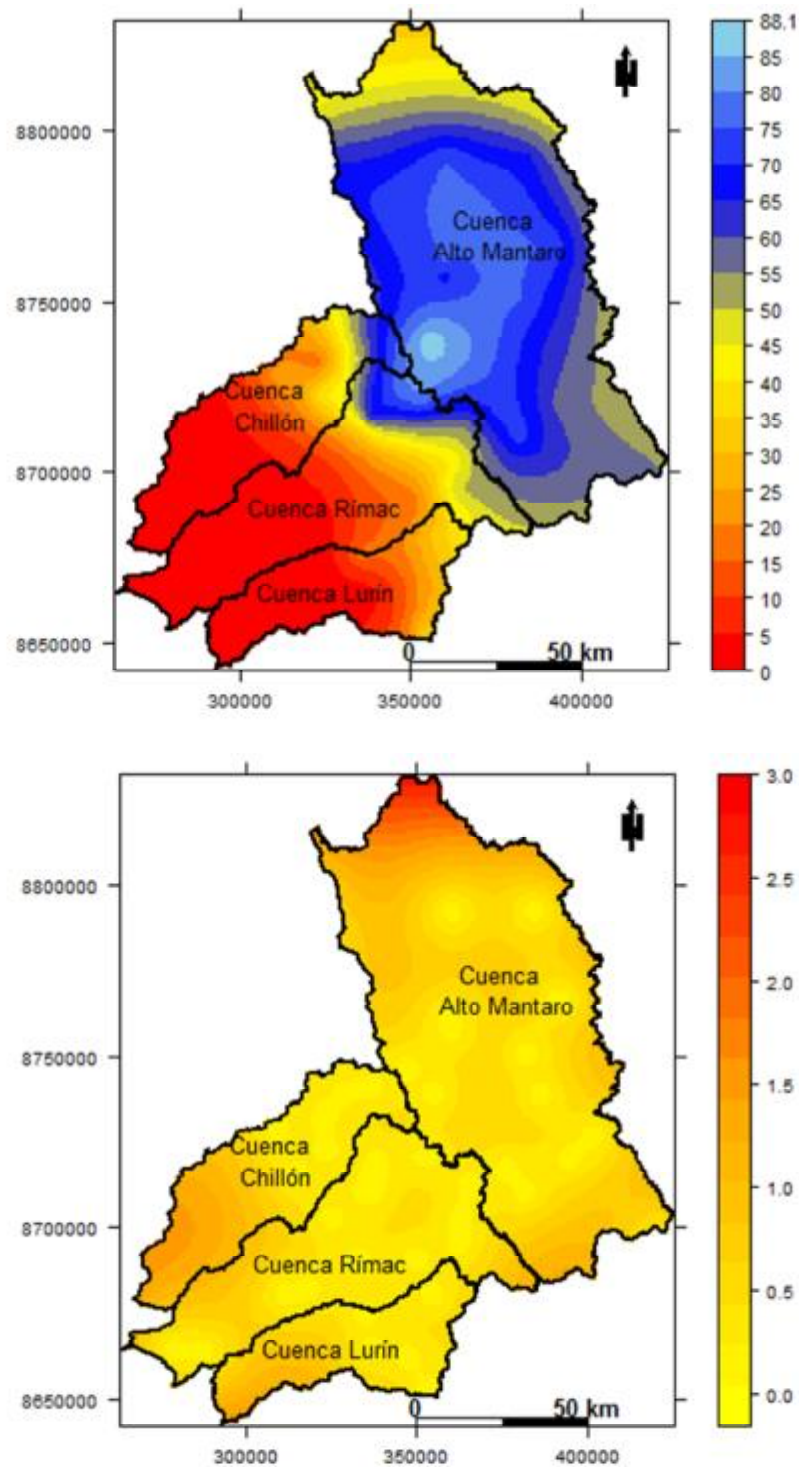
**Figura 38.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Setiembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia





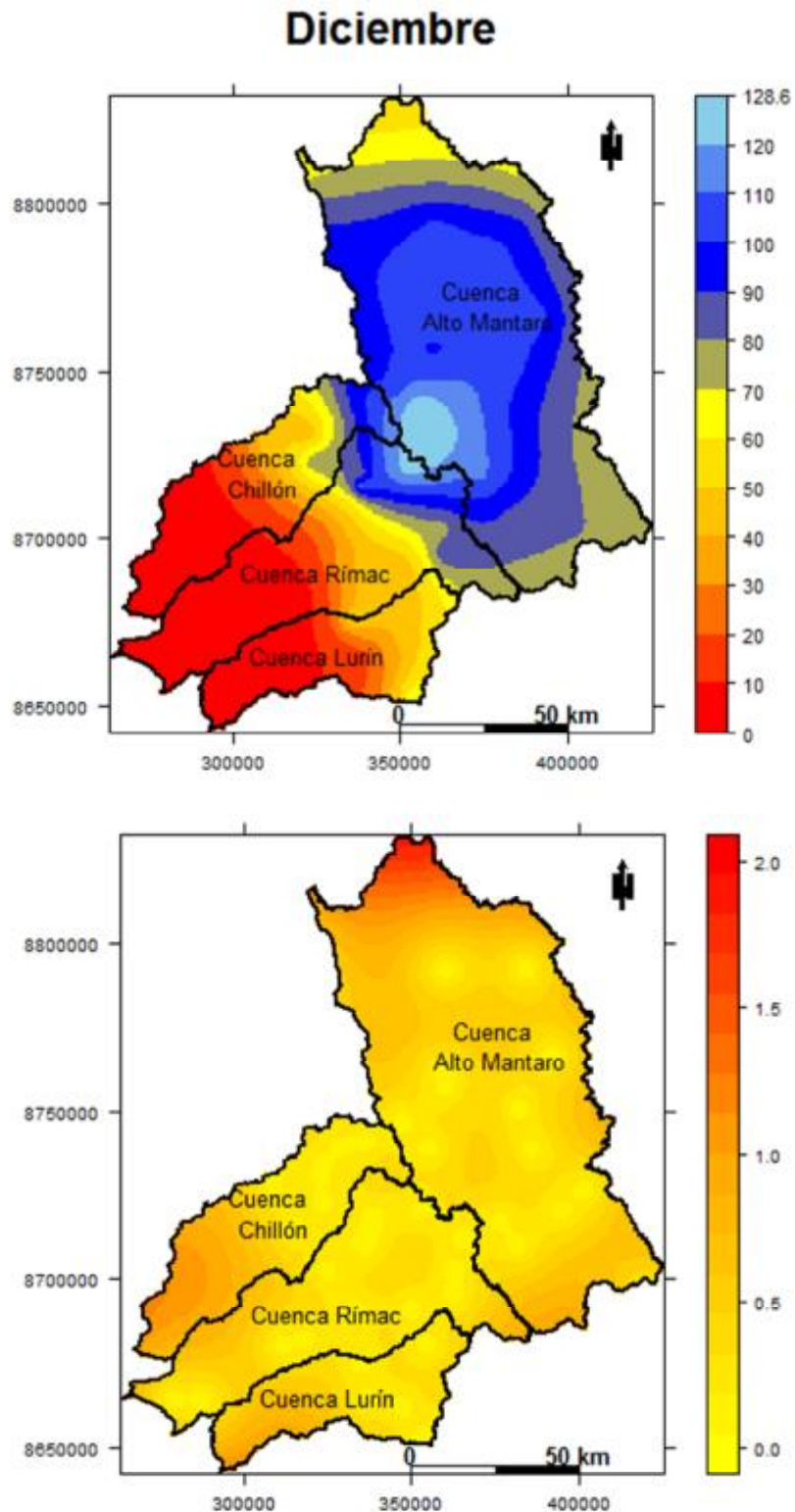
**Figura 39.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Octubre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia

## Noviembre

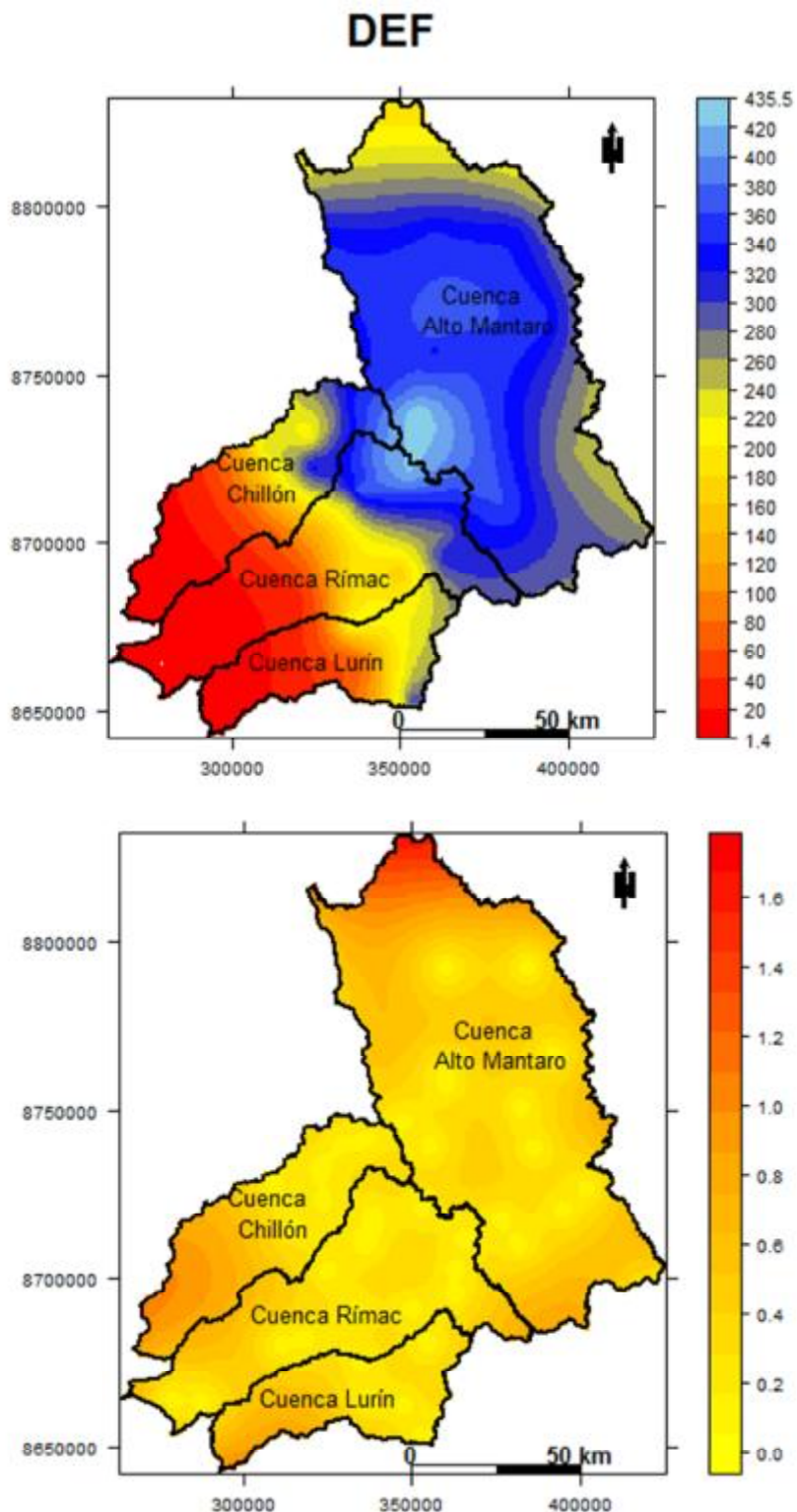


**Figura 40.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Noviembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia



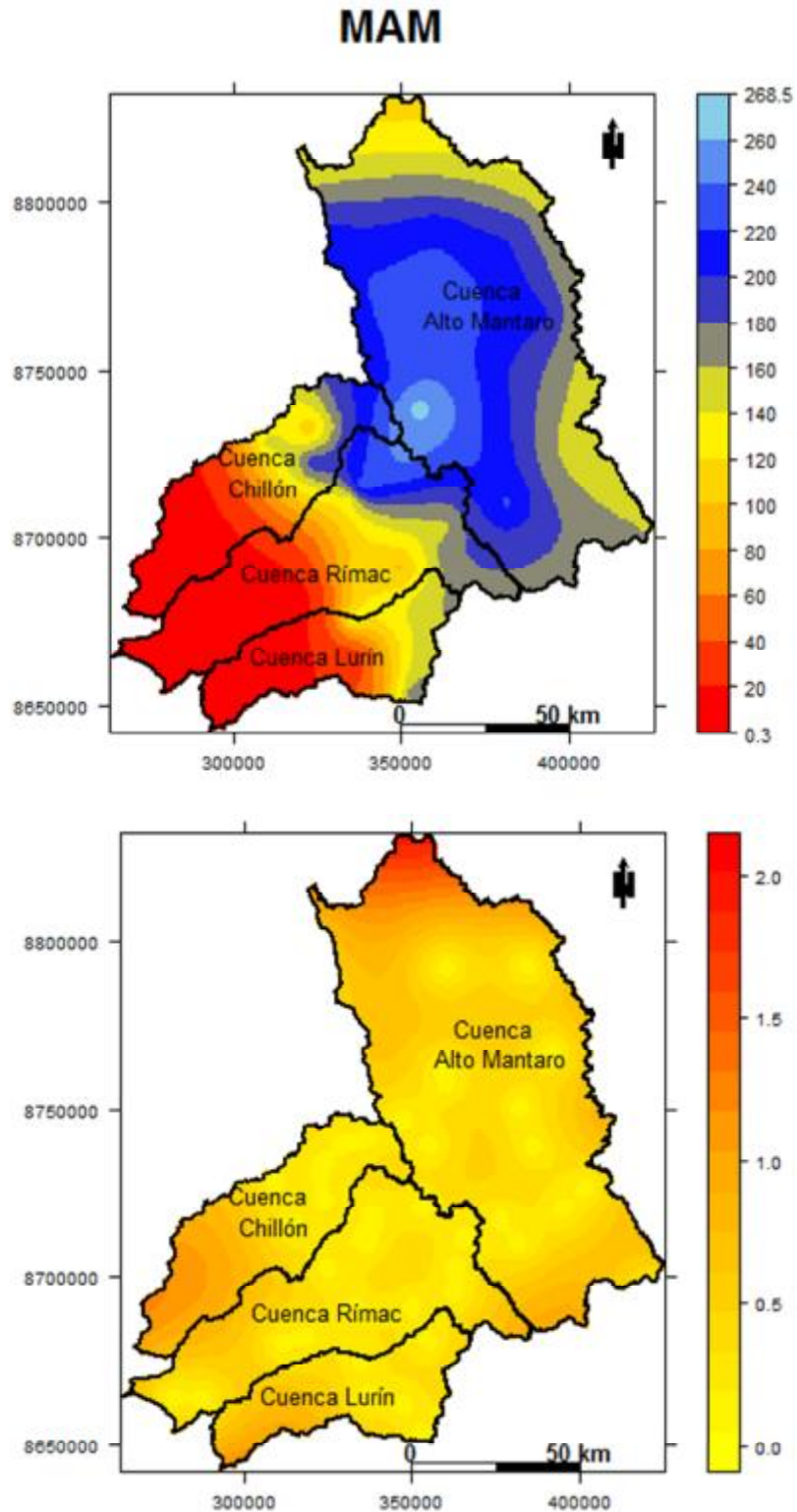


**Figura 41.** Arriba: Mapa de precipitación mensual promedio en mm [Diciembre 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia



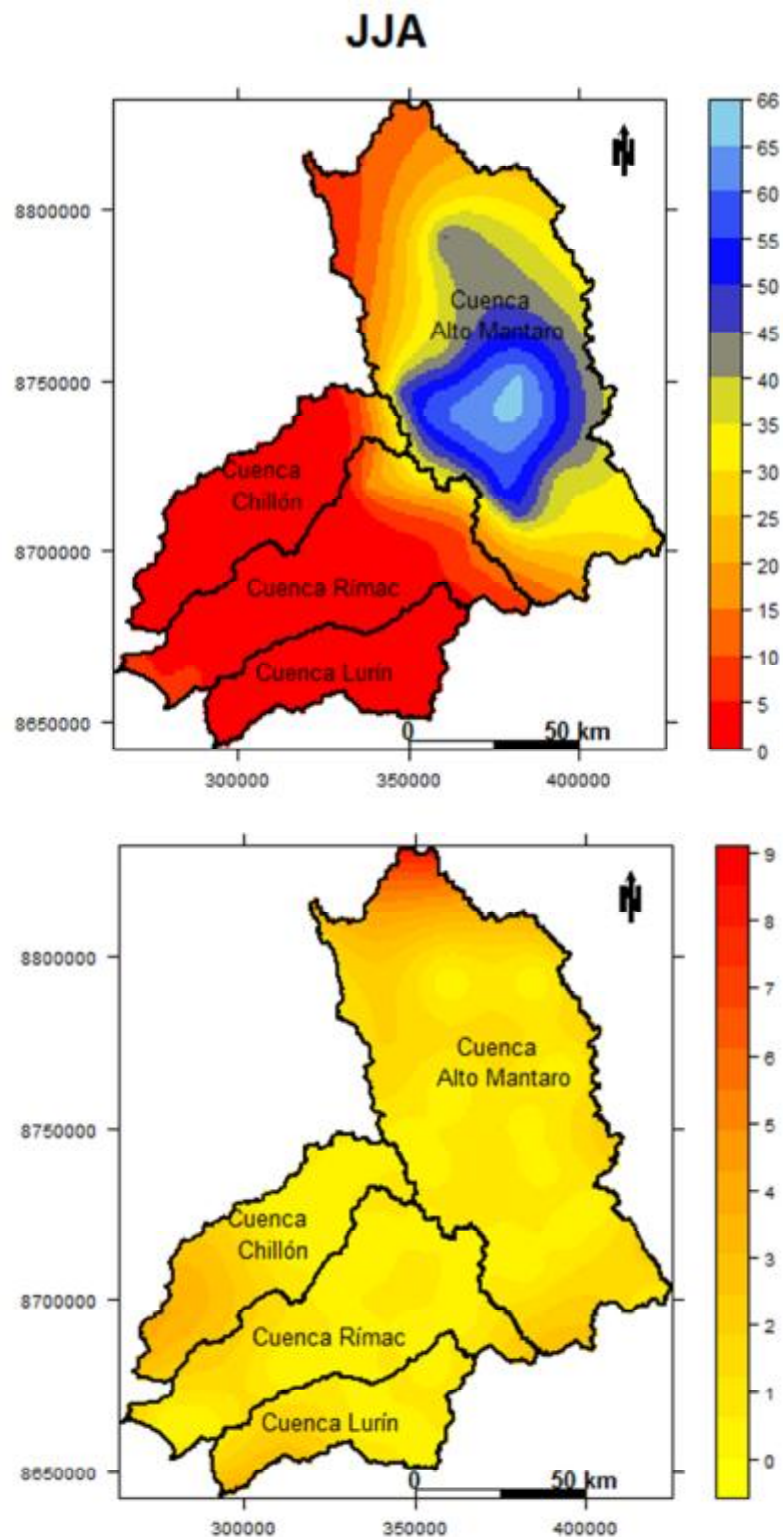
**Figura 42.** Arriba: Mapa de precipitación promedio de verano en mm [DEF 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial.

Fuente: Elaboración propia



**Figura 43.** Arriba: Mapa de precipitación promedio de otoño en mm [MAM 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

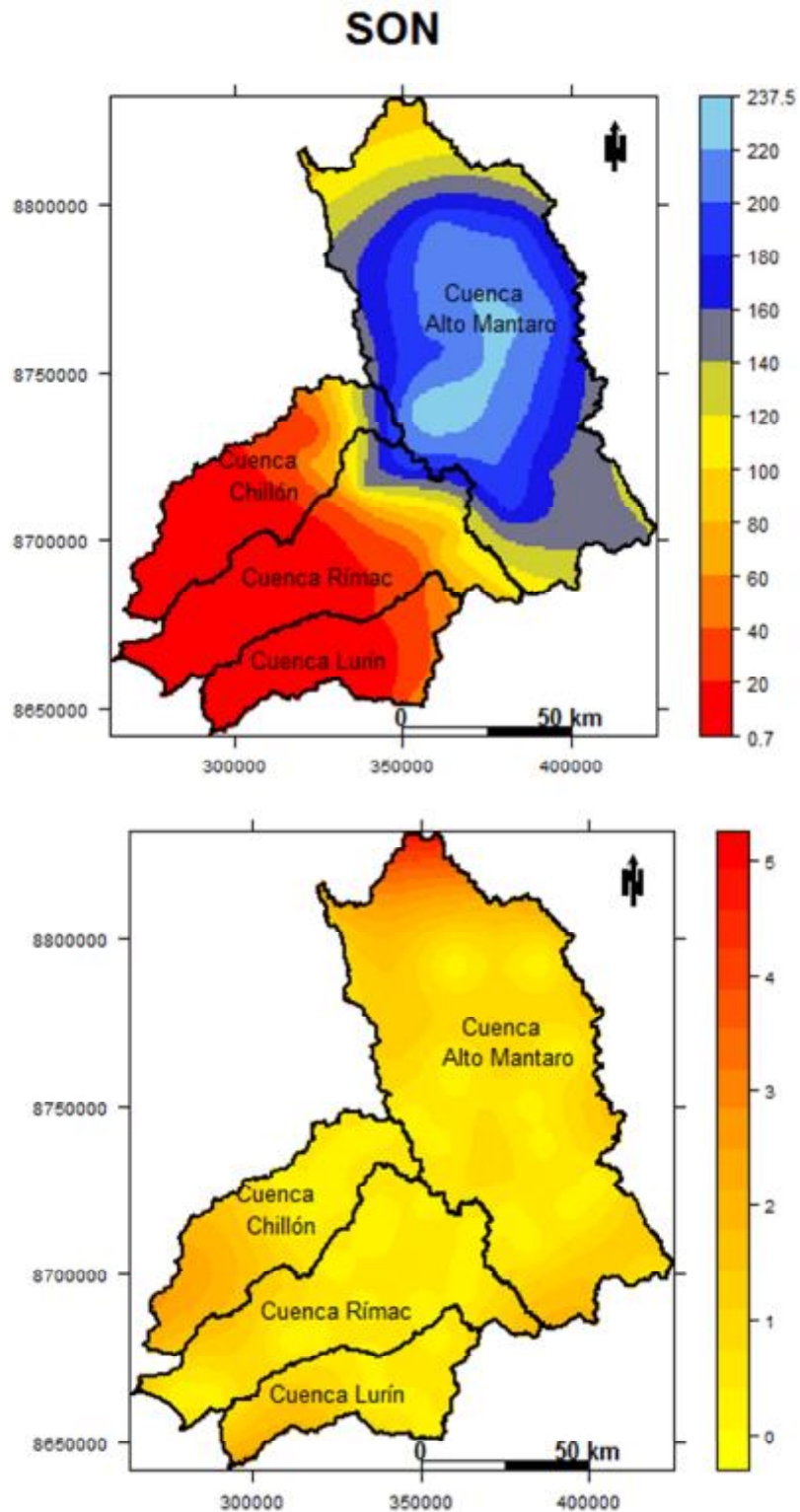
Fuente: Elaboración propia



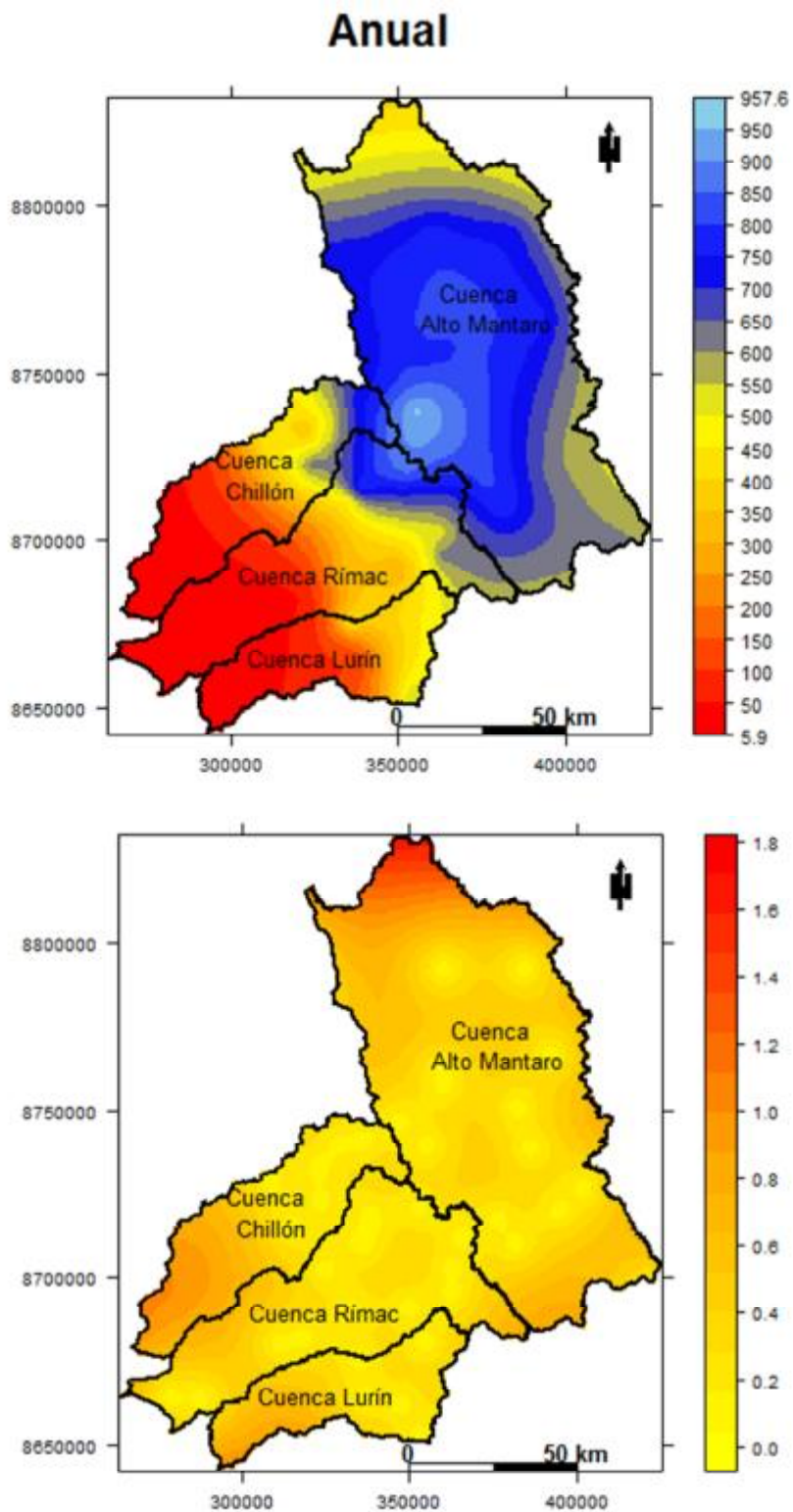
**Figura 44.** Arriba: Mapa de precipitación promedio de invierno en mm [JJA 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial

Fuente: Elaboración propia





**Figura 45.** Arriba: Mapa de precipitación promedio de primavera en mm [JJA 1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia



**Figura 46.** Arriba: Mapa de precipitación promedio anual en mm [1981–2010]. Abajo: Mapa de variancia (mm<sup>2</sup>) o incertidumbre asociada de la interpolación espacial. Fuente: Elaboración propia



## VI. CONCLUSIONES

En base al estudio realizado se tiene las siguientes conclusiones.

- Se constató que existen significantes relaciones entre la precipitación y elevación en el ámbito del estudio de las Cuencas de los ríos Chillón, Rímac, Lurín y parte Alta del Mantaro. Siendo está muy buena ( $R^2 > 0.5$ ) en los meses con mayor presencia de precipitación (octubre a abril) y en el resto de los meses (mayo a setiembre) la relación es débil ( $R^2 < 0.4$ ).
- Se determina que la mejor técnica para caracterizar la distribución espacial de precipitación es la técnica geoestadística multivariada Co-Kriging (Co-Ko), la misma que hace uso como covariable la elevación. Por lo que es verificado el impacto positivo de la elevación como variable predictor para caracterizar la precipitación en el ámbito de estudio; principalmente en los meses con mayor presencia de precipitación.
- Finalmente se obtiene los mapas climáticos de precipitación multimensuales, estacionales y anuales del periodo de 1981 a 2010, para las Cuencas de los ríos Chillón, Rímac, Lurín y parte alta del Mantaro, a una resolución de 250 m.

## VII. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

- Burrough, P.A. y McDonnell R.A., 1998. Principles of Geographical Information Systems. Oxford University Press. Spatial Information and Geostatistics Series. New York.
- Chauvet, P., 1999. Aide mémoire de Géostatistique linéaire. Paris: Les presses de l'école des mines de Paris.
- Creutin, J.D., Delrieu, G. and Lebel, T., 1988. Rain measurement by raingauge–radar combination: a geostatistical approach. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 5, 102–115.
- Cressie, N., 1990. “The Origins of Kriging,” Mathematical Geology, Vol. 22, No. 3, pp. 239-252.
- Cressie, N., 1991. Statistic for spatial data. John Wiley y Sons, Inc.
- Feki, H. and Slimani, M., 2006. Analyse structurale de la pluviométrie en Tunisie. In: WATMED 3, Troisième conférence internationale sur les ressources en eau dans le bassin méditerranéen, Liban.
- Feki, H., Slimani, M. and Cudennec, C., 2012. Incorporating elevation in rainfall interpolation in Tunisia using geostatistical methods. Hydrological Sciences Journal, 57 (7), 1294–1314.
- Gómez-Hernández, J.J., 1996 “Geostatistics and hydrology: an overview”. Second Joint Conference and Exhibition on Geographical Information Volumen 1, 457-466. IOS Press. Amsterdam.
- Goovaerts, P.G., 1997. “Geostatistics for Natural Resources Evaluation,” Oxford University Press, New York.
- Goovaerts, P., 2000. geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. Journal of Hydrology, 228, 113–129.
- Isaaks, E.H. y Srivastava, R.M., 1989. Applied Geostatistics. Oxford University Press. Applied Geostatistics Series. New York.
- Journel, A.G. y Huijbregts, C., 1978. Mining Geostatistics. Reimpresión de la quinta edición (1991) publicada en 2003. The Blackburn Press. New Jersey
- Johnston, K., Ver Hoef, J. M., Krivoruchko, K. and Lucas, N., 2001. “Using ArcGIS Geostatistical Analyst,” ESRI, Redlands.
- Matheron, G., 1970. La théorie des variables régionalisées et ses applications. Fontainebleau: Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Cahiers du centre de morphologie mathématique, fascicule 5.
- Nalder, I. A., and Wein, R. W., 1998. “Spatial Interpolation of Climatic Normals: Test of a New Method in the Canadian Boreal Forest,” Agriculture and Forest Meteorology, Vol. 92, No. 4, pp. 211-225.
- Paciorek, C.J., 2003. “Nonstationary Gaussian Processes for Regression and Spatial Modelling,” Ph.D. Dissertation, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

- Pebesma, E.J., 2004. Geoestadística multivariadas en S: el paquete gstat. *Computadoras y Ciencias de la Tierra*, 30: 683-691.
- Stein, A., Van Eijsbergen, A. C., and Barendregt, L. G., 1991. "Cokriging Nonstationary Data," *Mathematical Geology*, Vol. 23, No. 5, pp. 703-719. doi:10.1007/BF02082532
- Slocum, T.A. 1999. Chapter 8: Interpolation methods for smooth continuous phenomena. In *Thematic Cartography and Visualization*, 136-152. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Tveito, O., Wegehenkel, M., van der Wel, F., and Dobesch, H., 2008. "The Use of Geographic Information Systems in Climatology and Meteorology: COST 719," Luxemburg: COST Action719.
- Wackernagel, H., 1994. Cokriging versus kriging in regionalized multivariate data analysis. *Geoderma*, 62, 83-92
- Xiong, Y., Chen, W., Apley, D. and Ding, X., 2007. "A Nonstationary Covariance-Based Kriging Method for Meta-modeling in Engineering Design," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 71, No. 6, pp. 733-756. doi:10.1002/nme.1969